



# Transport turbulent d'un plasma à travers un champ magnétique : observation par diffusion collective de la lumière.

Nicolas Lemoine

## ► To cite this version:

Nicolas Lemoine. Transport turbulent d'un plasma à travers un champ magnétique : observation par diffusion collective de la lumière.. Physique [physics]. Ecole Polytechnique X, 2005. Français. NNT : . pastel-00002317

**HAL Id: pastel-00002317**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00002317>**

Submitted on 28 Jul 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse présentée pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE**

Spécialité :

**Physique des plasmas**

Par :

**Nicolas LEMOINE**

**TRANSPORT TURBULENT D'UN PLASMA  
À TRAVERS UN CHAMP MAGNÉTIQUE :  
OBSERVATION PAR DIFFUSION COLLECTIVE  
DE LA LUMIÈRE**

Soutenance publique le 17 octobre 2005

devant le jury composé de

Christophe Baudet (Rapporteur)

Dominique Escande (Rapporteur)

Dominique Grésillon (Directeur de thèse)

Pascale Hennequin

Uriel Stroth (Président du jury)



## REMERCIEMENTS

Je remercie Jean-Marcel Rax de m'avoir accueilli dans son laboratoire, après avoir été mon professeur, et d'avoir tant milité pour que je fasse une thèse.

Je remercie Dominique Grésillon de m'avoir convaincu qu'il était possible de mener de front un travail de doctorant et les responsabilités associatives que je souhaitais prendre depuis de longues années, sans en avoir jamais le temps. Je le remercie d'avoir dirigé ce travail de recherche en me laissant toute liberté pour organiser mon temps et pour prendre l'initiative, tout en étant toujours présent dès qu'il le fallait pour partager son expérience et son savoir-faire, tant pour l'interprétation des résultats que pour les manipulations et l'acquisition de données; ce, malgré de lourdes responsabilités par ailleurs. Il m'a ouvert le monde de la physique des plasmas, ne manquant jamais de me mettre en contact avec ses collègues. C'est enfin quelqu'un avec qui j'ai toujours apprécié travailler et converser, l'étendue de sa culture permettant de passer de bons moments. Je n'oublierai pas le temps qu'il a pris cet été 2005 pour la relecture des ébauches du manuscrit et tous les conseils qu'il m'a donnés, même quand il pouvait espérer vaquer à d'autres occupations.

Je remercie Pascale Hennequin, responsable de l'équipe "instabilités, turbulence, transport, tokamak" de m'avoir fait découvrir le petit monde de la recherche sur la fusion par confinement magnétique et de m'avoir tenu informé de ce qui s'y passait, bien que mon travail de recherche se soit quelque peu éloigné de ce sujet, et notamment du diagnostic DifDop que l'équipe "instabilités transport turbulence tokamaks" a installé sur Tore Supra au CEA-Cadarache. Je la remercie également pour sa disponibilité et pour les discussions que j'ai pu avoir avec elle.

Je remercie André Truc pour le soutien qu'il m'a constamment apporté lors de la conception puis de la construction du banc. Véritable "mémoire du laboratoire" pour tout ce qui concerne ToriX et bien d'autres choses encore, il fut toujours disponible pour apporter son aide.

Je remercie aussi Cyrille Honoré qui fut pour l'informatique ce que fut André Truc pour l'optique et ToriX, Marie Christine Firpo pour m'avoir mis sur la piste des vols de Lévy et Jean-Luc Raimbeau pour m'y avoir accompagné quelque peu.

Je remercie également les Dufour, père et fils, qui ont sorti de leur atelier de mécanique des pièces pour le banc d'optique faites avec soin et précision.

Je n'oublierai pas tous les autres chercheurs, doctorants et secrétaires qui font du laboratoire un endroit où il fait bon travailler.

Je dois également beaucoup aux élèves de l'Ecole que j'ai encadrés lors des travaux expérimentaux, et notamment à ceux que j'ai eu la chance d'encadrer sur l'expérience de diffusion collective sur jet de gaz. Leurs questions et leur curiosité me furent précieuses. Une première version du chapitre présentant ce diagnostic a été écrite pour eux. Le lecteur connaissant déjà tout de cette technique me pardonnera cet exposé par touches successives.

Je remercie enfin X'Doc et plus encore le GENEPI pour tout le travail et tous les bonheurs qu'ils m'ont apportés. L'enseignement et l'engagement militant sont des compléments indispensables à la recherche. Quand celle-ci n'avance plus pour toutes sortes de raisons, ils sont sources de réussites et de satisfactions. Ils sont aussi, chacun à leur manière, l'occasion d'un retour critique sur le travail scientifique. C'est l'exemple que nous ont donné de grands chercheurs, Joliot-Curie et Einstein, pour ne citer qu'eux, qui loin de la caricature du savant hors du monde, perdu dans ses idées, n'ont eu cesse de prêter un regard attentif à leur temps et même de s'y engager résolument.

## Résumé

Le transport turbulent d'un plasma de décharge à travers un champ magnétique toroïdal a été étudié par diffusion collective de la lumière. Cette technique permet d'accéder à la transformée de Fourier spatiale des fluctuations de densité, résolue en temps.

La continuité entre la diffusion incohérente et la diffusion collective a été montrée, justifiant par la même l'interprétation de la diffusion de la lumière aux grandes échelles comme étant une diffusion sur les fluctuations de la densité fluide. Un calcul a pour cela été mené, prenant en compte le caractère discret des particules diffusantes (les électrons) et les fluctuations induites par le mouvement thermique des différentes particules du plasma. Il en résulte que le caractère discret des diffuseurs est négligeable, quoique potentiellement sensible. Les conditions dans lesquelles il est possible d'identifier la fonction d'autocorrélation du signal diffusé à la fonction caractéristique de la distribution des déplacements turbulents ont par ailleurs été écrites.

L'état stationnaire du plasma a été étudié et les fluctuations de densité, de température et de potentiel ont été observées simultanément, au moyen d'une sonde de Langmuir rapide. L'ajout d'une petite composante verticale au champ magnétique toroïdal permet d'obtenir un plasma uniforme. Le facteur de forme du plasma, sans et avec champ magnétique vertical additionnel, a été mesuré en fonction du vecteur d'onde d'analyse  $k$  en unités absolues. Les fonctions d'autocorrélation du signal diffusé, identifiées à la fonction caractéristique du déplacement turbulent, ont été analysées. Il s'est avéré que la statistique du déplacement turbulent à un temps donné présente les caractéristiques d'une marche de Lévy, avec un paramètre  $\alpha$  proche de 1. La distribution du déplacement turbulent s'éloigne donc d'une gaussienne et se rapproche d'une lorentzienne. Il s'agit d'une mesure expérimentale qui peut être rapportée directement aux modèles théoriques.

## Abstract

On a toroidal plasma discharge, a collective light-scattering has been set to investigate plasma turbulence and transport. The scattering device output signal is proportional to the space Fourier transform of the plasma density.

We justified the use of collective scattering as a tool to investigate large scale fluid density fluctuations thanks to a calculus taking into account the discrete nature of scattering particles, i.e. the electrons and the density fluctuations induced by their thermal movement. We found that the discrete nature of scattering particles is negligible but possibly detectable. The time autocorrelation function of the scattered signal as a function of  $k$  is shown to be the Fourier transform of the displacement probability distribution.

The steady state of the plasma is investigated thanks to Langmuir probes. We found that a homogeneous plasma is obtained when adding a small vertical component to the magnetic field. The two-dimensional static form factor is measured in absolute units as a function of  $k$ . The autocorrelation function of the scattered signal, i.e. the Fourier transform of the displacement probability distribution, is investigated at different times as a function of  $k$ . It is found to be consistent with a Lévy walk model with a characteristic exponent  $\alpha$  close to 1. The displacement probability distribution is thus close to a Cauchy function instead of a Gaussian. This opens the way to build and check models exposed in theoretical works.

## INTRODUCTION

La turbulence est l'un des grands problèmes ouverts de la physique contemporaine. Il n'existe pas de théorie unifiée de la turbulence, que ce soit en mécanique des fluides ou en physique des plasmas. Les recherches sur le sujet ne se limitent pas à un intérêt académique car les situations pratiques où elle apparaît et joue un rôle déterminant sont nombreuses. Dans le domaine de la mécanique des fluides, on peut citer les applications aéronautiques ou aérospatiales, qui font intervenir des problèmes d'écoulement turbulent d'un fluide autour d'un objet.

En physique des plasmas, elle fait également l'objet d'une recherche active, en particulier dans le cadre de la recherche sur la fusion thermonucléaire contrôlée par confinement magnétique. Il a été montré en effet que c'est le transport turbulent à travers le champ magnétique qui est responsable du transport dit anormal. Dès lors la compréhension et la maîtrise de la turbulence dans les grands tokamaks sont indispensables pour améliorer le confinement et dimensionner convenablement les prochaines machines, à commencer par I.T.E.R., le futur tokamak international, afin d'atteindre le critère requis sur la densité, la température et le temps de confinement des particules pour réaliser de façon rentable la réaction de fusion. Si l'étude de la turbulence dans un plasma magnétisé fait dans ce cadre l'objet d'un effort particulier de la communauté internationale, elle intervient aussi dans d'autres contextes, comme l'étude de l'ionosphère. Enfin, c'est sans doute également le transport turbulent qui est à l'origine du transport anormal observé dans les propulseurs plasma à effet Hall.

La description de la dynamique de la turbulence fait souvent intervenir des coefficients de diffusion turbulents. Nous rappelons au chapitre premier que le paradigme de la diffusion moléculaire implique une loi d'échelle déterminée entre les variables de temps et d'espace et une distribution gaussienne du déplacement. Nous présentons d'autres modèles, faisant intervenir les distributions de Lévy. Plusieurs travaux théoriques suggèrent en effet qu'elles permettent de mieux décrire les propriétés de la turbulence, mais, jusqu'à présent, sans preuve expérimentale directe de leur existence.

La diffusion collective de la lumière est un régime de diffusion d'ondes électromagnétiques sur les inhomogénéités spatiales de la densité à grande échelle. Le champ électrique de l'onde diffusée est modulé par  $n(\vec{k}, t)$ , la transformée de Fourier spatiale de la densité, le vecteur d'onde observé étant proportionnel à l'angle de diffusion. Une démodulation superhétérodyne permet d'accéder à un signal complexe, directement proportionnel à  $n(\vec{k}, t)$ . Un diagnostic de diffusion collective permet donc d'accéder à la fois à la structure spatiale et à la dynamique de la turbulence.



L'utilisation de la diffusion collective pour sonder la structure spatiale de la turbulence est déjà ancienne [1]. La mesure et l'interprétation du spectre temporel de la diffusion sont plus délicates et l'utilisation de la diffusion collective pour recueillir des informations sur la dynamique de la turbulence est venue plus tardivement. Au chapitre 2, nous établissons les conditions dans lesquelles la fonction d'autocorrélation temporelle du signal diffusé sur les inhomogénéités spatiales de la densité s'identifie à la fonction caractéristique de la distribution des déplacements turbulents. Dans ces conditions, la diffusion collective offre la possibilité d'obtenir des informations sur la statistique du déplacement turbulent. L'intérêt de cette information est de pouvoir être rapportée directement à des modèles théoriques.

Comme nous l'avons écrit plus haut, la diffusion collective est habituellement décrite comme une diffusion sur les fluctuations macroscopiques de densité. Pourtant, il y a une continuité entre les différents régimes de diffusion, depuis la diffusion incohérente (aux échelles très inférieures à la longueur de Debye) jusqu'à la diffusion collective (aux grandes échelles), car c'est toujours le même processus qui est en jeu : la diffusion d'une onde électromagnétique sur des électrons. Cette continuité a été établie dans le cas des fluides. Dans le cas des plasmas, et singulièrement des plasmas magnétisés, la tâche est plus complexe car à des échelles égales ou supérieures à la longueur de Debye apparaissent des effets collectifs qu'il faut modéliser. L'expression des fluctuations de densité, établie en prenant en compte ces effets collectifs, a été trouvée dans les années soixante dans le cas d'un plasma à l'équilibre. Nous nous sommes alors posé la question de savoir si ces fluctuations microscopiques de densité ne participaient pas également au signal de diffusion collective. Pour répondre à cette question, nous avons établi au chapitre 3 une expression des fluctuations de densité qui décrit tous les régimes de diffusion, depuis la diffusion incohérente jusqu'à la diffusion collective. Ce calcul met en évidence cette continuité entre les différents régimes et permet de quantifier l'effet des fluctuations microscopiques. Nous montrons qu'il est faible, mais potentiellement sensible.

Nous avons étudié la turbulence dans un plasma d'argon magnétisé, créé par une machine toroïdale grâce à un diagnostic de diffusion collective. Nous nous sommes auparavant attachés à trouver un régime de fonctionnement permettant l'utilisation de notre diagnostic pour obtenir la distribution des déplacements et étudier son évolution avec le temps. Nous montrons au chapitre 4 que l'ajout d'une petite composante verticale au champ magnétique permet d'obtenir un tel régime. Nous avons tenté également de caractériser les fluctuations que nous observons, en mesurant les fluctuations de densité, de température et de potentiel simultanément et en fonction du temps grâce à une sonde de Langmuir unique et un système de balayage périodique rapide.

Les résultats expérimentaux obtenus par diffusion collective de la lumière sont présentés au chapitre 5. Nous mesurons d'abord le facteur de forme statique en unités absolues, grâce à une méthode d'étalonnage présentée au chapitre 2. Nous étudions ensuite les fonctions d'autocorrélation du signal de diffusion pour des vecteurs d'onde  $k$  compris entre 770 et 2000  $m^{-1}$  (soit des échelles d'observation entre 3

et 8 *mm*) et pour différentes valeurs de champ magnétique toroïdal, comprises entre 0,22 et 0,36 T. Nous étudions la dépendance en  $k$  de la fonction caractéristique du déplacement et comparons les résultats avec les modèles théoriques présentés au chapitre premier, et notamment avec les modèles de marche aléatoire faisant appel aux statistiques de Lévy. Nous étudions également l'évolution temporelle de cette fonction caractéristique.



# Chapitre premier

## FLUCTUATIONS ET TURBULENCE



## 1. FLUCTUATIONS ET TURBULENCE

Le but de ce chapitre est de présenter les modèles qui permettent d'interpréter les résultats expérimentaux obtenus par diffusion de la lumière sur un plasma magnétisé. Modéliser la turbulence est par nature quelque chose de complexe. Nous utiliserons une approche statistique simple, faisant appel à la théorie des marches aléatoires et permettant de décrire les principales caractéristiques du mouvement turbulent.

La notion de marche aléatoire sera introduite dans le cadre de la diffusion moléculaire. Nous étendrons ce modèle à la description d'un mouvement turbulent et introduirons tous les modèles qui seront par la suite utilisés pour interpréter les observations expérimentales.

### *I La diffusion moléculaire et sa modélisation*

#### *I.1 Le problème*

Un gaz est constitué de molécules dont les interactions binaires, à une distance grande devant le rayon moléculaire, sont le fait des forces de Van der Waals. Ces interactions sont caractérisées par un potentiel attractif à décroissance rapide en  $1/r^6$ . Aux distances inférieures au rayon moléculaire, le potentiel d'interaction binaire devient fortement répulsif, sous l'effet d'interactions quantiques relevant du principe d'exclusion de Pauli qui interdit l'interpénétrabilité des nuages électroniques. On modélise souvent le potentiel à courte portée par une fonction en  $1/r^{12}$ . Le détail de ce potentiel importe peu, car la distance intermoléculaire est très grande devant le rayon moléculaire : ce dernier est de l'ordre de l'Angström (0,1 nm) quand la distance intermoléculaire dans un gaz à pression et température ambiante est de l'ordre de 3 nm; il suffit que la croissance du potentiel modèle en zéro soit suffisamment rapide. L'expression du potentiel d'interaction binaire peut donc s'écrire

$$U(r) = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6}, \quad (1.1)$$

$r$  étant la distance entre les deux molécules,  $A$  et  $B$ , des constantes positives. Avec ce modèle, le rayon moléculaire<sup>1</sup> est  $r_0 = (\frac{2A}{B})^{1/6}$ . L'allure de ce potentiel est représentée Fig. 1.1.

Si  $r_0$  est négligeable, il est possible de simplifier encore la description en approximant le potentiel (1.1) par le potentiel d'interaction des gaz parfaits :

$$U(r) = U_0 \delta(r), \quad (1.2)$$

$\delta(r)$  étant la distribution de Dirac.

---

1. Le rayon moléculaire est la distance à laquelle le potentiel d'interaction binaire est minimal.

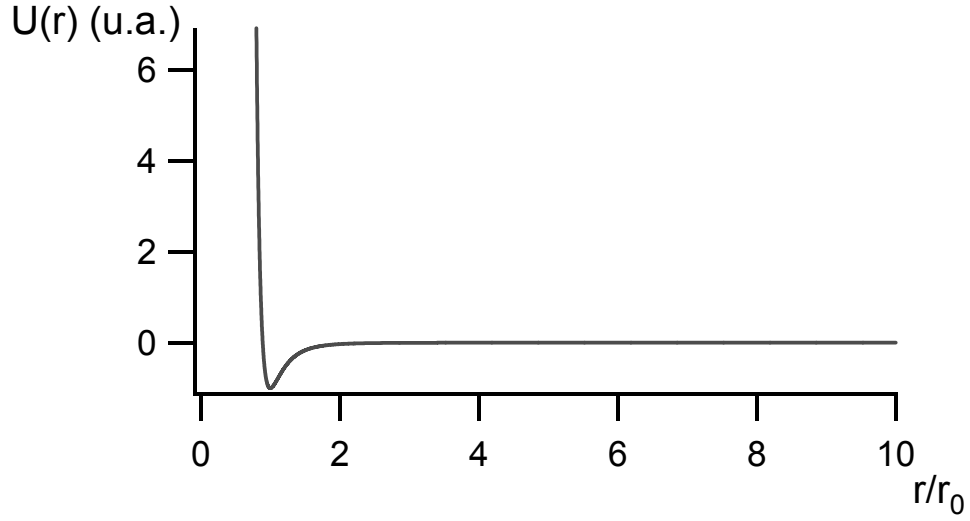


FIG. 1.1 – *Potentiel d'interaction binaire entre molécules. La distance intermoléculaire est normalisée au rayon moléculaire.*

Etant donné la forme du potentiel d'interaction binaire (Eq. 1.1), la physique des molécules d'un gaz est la résultante de collisions violentes à faible paramètre d'impact. Les molécules pourront être considérées comme des systèmes isolés sauf lors de ces épisodes violents quand elles s'approchent à courte distance d'une de leurs voisines.

## 1.2 Le formalisme des marches aléatoires appliqué à la diffusion des molécules

En idéalisant ces collisions par des événements instantanés et localisés dans l'espace (ce qui revient à modéliser le potentiel d'interaction binaire par l'expression 1.2), on peut décrire la trajectoire des molécules par des lignes brisées, chaque point anguleux correspondant à une collision. Entre chaque point anguleux, on dit que la molécule fait un pas. Après un temps  $\tau$  et un nombre plus ou moins grand de pas, la molécule a effectué un déplacement  $\vec{\Delta}$  par rapport à sa position initiale (Fig. 1.2). Le paramètre d'impact d'une collision particulière étant imprévisible dans un système à grand nombre de particules, il pourra être traité comme une variable aléatoire. Comme la physique des molécules d'un gaz résulte uniquement d'interactions binaires, les différents pas qui constituent la marche aléatoire d'une molécule pourront être considérés comme des événements aléatoires **indépendants**, caractérisés par une vitesse et un temps de libre parcours. La vitesse après une collision est "tirée au sort" selon la loi de distribution des vitesses dans le gaz; le temps de libre parcours est également tiré au sort suivant sa propre distribution de probabilité, qui dépend de la section efficace de collision et de la densité du gaz.

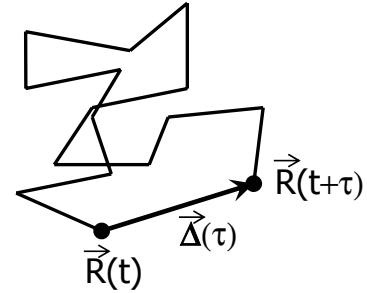


FIG. 1.2 – *Trajectoire typique d'une molécule dans un gaz.*

Pour caractériser le transport diffusif, il est intéressant de connaître la densité de probabilité du déplacement  $\overrightarrow{\Delta}(\tau)$ . La densité de probabilité des déplacements, ou distribution des déplacements, est la probabilité pour qu'une molécule située en  $\overrightarrow{R}$  à l'instant  $t$  se trouve à l'instant  $t + \tau$  dans un petit volume  $d^3\overrightarrow{R}'$  centré en  $\overrightarrow{r'}$ , après un déplacement  $\overrightarrow{\Delta}$ , avec  $\overrightarrow{r'} = \overrightarrow{R} + \overrightarrow{\Delta}$ .

Nous avons besoin pour cela de nous donner quelques propriétés statistiques sur les différents pas qui se succèdent. Tout d'abord, à l'équilibre thermodynamique, la distribution en vitesses des molécules d'un gaz est une maxwellienne. Cette distribution a un moment du second ordre fini; il existe donc une vitesse quadratique moyenne, notée  $u_0$ . Nous cherchons maintenant à mettre en évidence un temps caractéristique pour la durée des pas, le temps de libre parcours moyen, noté  $\tau_c$  et une longueur caractéristique, le libre parcours moyen, noté  $l_c$ , l'un et l'autre étant reliés par la relation  $l_c = u_0 \tau_c$ .

Pour évaluer la probabilité d'une collision, il est nécessaire de prendre en compte le caractère fini du rayon moléculaire  $r_0$  (Fig. 1.1). La probabilité d'une collision entre deux molécules est proportionnelle à la surface  $\sigma$  des disques apparents de ces molécules, appelée surface efficace de collision.

Sans faire appel au modèle des sphères dures, la section efficace de collision est définie de la façon suivante [2]. Un faisceau de particules de densité  $n_i$  et de vitesse  $u$  entre en collision avec une cible fixe comprenant  $N$  particules. On suppose que chaque collision ne fait intervenir qu'un seul couple de particules : une particule du faisceau et une particule de la cible. Les collisions sont en outre supposées indépendantes les unes des autres. Dans ces conditions, le nombre  $n$  de collisions par unité de temps s'écrit  $n = Nn_i u \sigma$ . La constante de proportionnalité,  $\sigma$ , a les dimensions d'une surface et on l'appelle section efficace de collision.

Nous savons que les molécules ont une vitesse de l'ordre de  $u_0$ . Une molécule va, pendant  $dt$  balayer un volume de l'ordre de  $\sigma u_0 dt$ . Elle y rencontrera  $n \sigma u_0 dt$  molécules,  $n$  étant la densité du gaz. Nous avons ainsi mis en évidence l'existence d'une fréquence de collision,  $n \sigma u_0$  et donc du temps caractéristique recherché,  $\tau_c = \frac{1}{n \sigma u_0}$  et du libre parcours moyen  $l_c = \frac{1}{n \sigma}$ .

L'existence d'un temps de libre parcours moyen étant posé, nous pouvons construire la probabilité, notée  $P_c$ , qu'une particule ne subisse pas de collision pendant un temps  $t$  en faisant intervenir le temps de libre parcours moyen.

$$P_c(t) = e^{-|t|/\tau_c}. \quad (1.3)$$

Cette loi de probabilité est construite en supposant que la probabilité qu'une particule subisse une collision pendant un intervalle de temps  $dt$  est proportionnelle à  $dt$  (la constante de proportionnalité est  $1/\tau_c$ ) et indépendante de l'histoire de la particule (et notamment du temps écoulé depuis la dernière collision). On parle d'hypothèse markovienne. La valeur absolue dans la formule 1.3 permet d'élargir la signification de  $P_c$  : pour  $t > 0$ , c'est la probabilité qu'une molécule ne subisse pas de collision pendant l'intervalle de temps de durée  $t$ , au delà de l'instant considéré;



pour  $t < 0$ , c'est la probabilité qu'une molécule n'ait pas subi de collision pendant l'intervalle de temps de durée  $|t|$ , antérieur à l'instant considéré.

Avec ces hypothèses, à savoir une fonction de distribution en vitesse gaussienne, de vitesse quadratique moyenne  $u_0$  et une loi de probabilité  $P_c$  de la forme 1.3, Ornstein [3, 4] a obtenu l'expression de l'écart quadratique moyen du déplacement  $\overrightarrow{\Delta}$  en fonction du temps. Un calcul complet (par une méthode différente de celle d'Ornstein) peut être trouvé également dans la thèse de B. Tomchuk [5]. L'expression obtenue est la suivante :

$$\langle \Delta^2 \rangle (\tau) = 2 u_0^2 \tau_c^2 \left( \frac{\tau}{\tau_c} - 1 + e^{-\frac{\tau}{\tau_c}} \right). \quad (1.4)$$

Cette expression généralise l'expression obtenue par Einstein quelques années plus tôt, qui ne décrit que le comportement aux temps plus longs que le temps de collision ( $\tau \gg \tau_c$ ). On a alors un comportement diffusif : la variance du déplacement croît linéairement avec le temps.

$$\langle \Delta^2 \rangle (\tau) = 2 u_0^2 \tau_c \tau = 2 D \tau, \quad (1.5)$$

où  $D$  est le coefficient de diffusion moléculaire.

Si on regarde la limite aux temps courts ( $\tau < \tau_c$ ) de l'expression 1.4, on trouve un comportement balistique : c'est l'écart-type du déplacement qui est proportionnel au temps.

$$\langle \Delta^2 \rangle (\tau) = 2 u_0^2 \tau^2. \quad (1.6)$$

Sur des durées aussi courtes, la quasi-totalité des molécules sont en train de réaliser leur premier déplacement. Aux temps intermédiaires, de l'ordre de  $\tau_c$ , le nombre de pas n'est pas suffisant pour que le caractère diffusif s'affirme totalement.

Nous donnons ici une démonstration plus rapide de la formule d'Ornstein (Eq. 1.4). La position de la particule après un temps  $t$ ,

$$\overrightarrow{r}(t) = \int_0^t \overrightarrow{v}(t') dt',$$

a un écart quadratique moyen

$$\langle \overrightarrow{r}(t)^2 \rangle = \int_0^t \int_0^t \langle \overrightarrow{v}(t_1) \overrightarrow{v}(t_2) \rangle dt_1 dt_2.$$

On montre facilement que la fonction d'autocorrélation de la vitesse s'écrit

$$\langle \overrightarrow{v}(t) \cdot \overrightarrow{v}(t + \tau) \rangle = u_0^2 P_c(\tau) = u_0^2 e^{-|\tau|/\tau_c} \quad (1.7)$$

La démonstration est la suivante. La moyenne d'ensemble est d'abord effectuée sur la possibilité que  $\overrightarrow{v}(t) = \overrightarrow{v}(t + \tau)$  (pas de collision entre  $t$  et  $t + \tau$ , probabilité  $P_c(\tau)$  d'être dans ce cas) ou non, puis sur les vitesses. Dans le cas où il y a eu une collision, les vitesses sont statistiquement indépendantes et la moyenne d'ensemble sur les vitesses donne 0, puisque la vitesse moyenne est nulle. Dans le cas où la vitesse est

restée constante, la moyenne d'ensemble sur les vitesses donne  $u_0^2$ . En effectuant le changement de variable  $t_2 = t_1 + \tau$ , on obtient

$$\langle \vec{r}(t)^2 \rangle = u_0^2 \int_0^t \int_{-t_1}^{t-t_1} e^{-|\tau|/\tau_c} dt_1 dt_2.$$

soit l'expression recherchée :

$$\langle \vec{r}(t)^2 \rangle = 2 u_0^2 \tau_c^2 \left( \frac{t}{\tau_c} - 1 + e^{-t/\tau_c} \right).$$

### I.3 Fonction caractéristique du déplacement

A partir de ce qui précède, nous allons calculer la fonction de distribution du déplacement,  $P(\vec{\Delta}, t)$  ou plutôt sa fonction caractéristique. La fonction caractéristique d'une distribution est la moyenne d'ensemble de la fonction circulaire  $e^{-i \vec{k} \cdot \vec{\Delta}}$ , c'est-à-dire la transformée de Fourier spatiale de cette distribution.

Si  $\vec{\Delta}$  suit une distribution gaussienne, sa fonction caractéristique est de la forme

$$P(\vec{k}, t) = e^{-\frac{k^2}{2} \langle \Delta^2 \rangle}. \quad (1.8)$$

Auquel cas, vue l'équation 1.4,

$$\hat{P}(\vec{k}, t) = e^{-k^2 u_0^2 \tau_c^2 (t/\tau_c - 1 + \exp(-t/\tau_c))}. \quad (1.9)$$

Le caractère gaussien de la distribution des déplacements est facilement établi aux temps courts ( $t \ll \tau_c$ ). En effet, pour des temps aussi courts, presque toutes les particules sont en train d'effectuer leur premier pas. La distribution des déplacements est alors une image de la distribution en vitesse, elle-même gaussienne, en raison de la relation  $\vec{r}(t) = \vec{v}t$ . Le caractère gaussien peut être également démontré avec des arguments simples pour les temps longs ( $t \gg \tau_c$ ). Pour des temps très longs, le déplacement au temps  $t$  est le résultat de l'addition des différents pas qui sont des événements indépendants suivant une distribution d'écart type fini. Dans ces conditions le théorème de la limite centrale s'applique et la distribution de la somme de ces différents pas, à savoir du déplacement au temps  $t$ , converge vers une gaussienne.

Pour les temps intermédiaires, il n'est pas possible d'invoquer un argument théorique simple. Il faudrait calculer la distribution de probabilité d'une somme d'un nombre aléatoire de pas, à partir de la distribution sur les temps de libre parcours et de celle sur la longueur des pas. Nous avons jugé ce calcul hors de notre portée. En revanche, nous avons réalisé une simulation numérique d'une telle marche.

L'idée de la simulation est la suivante. Il s'agit de construire la distribution des déplacements à un temps  $t$  donné. Une particule effectue une suite de pas. Chaque pas est effectué à une vitesse tirée au sort selon une distribution gaussienne; sa durée est tirée au sort selon une distribution exponentielle. Les pas s'additionnent jusqu'à ce que le total des temps de libre parcours dépasse le temps  $t$ . On arrête alors le

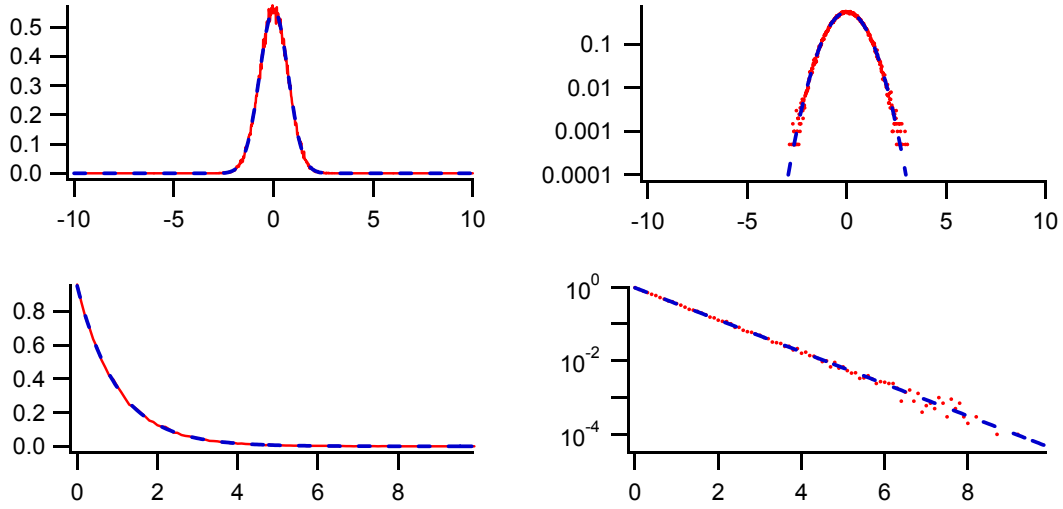


FIG. 1.3 – Distributions statistiques gaussienne (en haut) et exponentielle (en bas) obtenues numériquement en unités naturelles (à gauche) et en semi-log (à droite). On vérifie que la distribution gaussienne a un écart-type de  $\sqrt{2}$  et que la distribution exponentielle a un temps caractéristique égal à 1.

calcul et on mesure le déplacement total effectué lorsque la durée  $t$  est écoulée. La même procédure est appliquée à 100.000 particules. Les distributions des vitesses sur chaque axe étant séparables (la distribution gaussienne le permet), il est possible de se limiter à la statistique de la projection du déplacement sur un axe. La distribution statistique est obtenue en comptant le nombre de particules se trouvant dans les canaux de taille et de nombre raisonnablement choisis, puis en divisant le nombre de particules dans chaque canal par le nombre total de particules et par la largeur du canal, de façon à obtenir une distribution statistique normalisée.

La fonction de distribution des vitesses est une gaussienne. On peut générer une telle distribution à partir d'un générateur de nombres aléatoires numérique présentant une distribution uniforme sur un intervalle fini. Soit  $p(x)$ , la distribution de ce générateur de nombres aléatoires. Soit  $P(y)$ , la distribution que l'on souhaite simuler. Il suffit de trouver la fonction à appliquer à  $x$  pour que  $y = f(x)$  suive la distribution souhaitée. Pour cela, il faut que

$$P(y)dy = p(x)dx, \quad (1.10)$$

soit, puisque  $x = f^{-1}(y)$

$$\frac{df^{-1}}{dy} = \frac{P(y)}{p(x)}$$

La distribution des vitesses, normalisée à  $u_0\sqrt{2}$ , s'écrit

$$P(y) = \frac{e^{-y^2}}{\pi}.$$

La distribution générée numériquement,

$$p(x) = \frac{1}{2} \text{ si } x \in [-1; 1] \text{ et vaut } 0 \text{ sinon.}$$

Il est possible d'obtenir la distribution souhaitée pour  $y$  à partir du générateur de nombres aléatoires caractérisé par la distribution  $p$  en choisissant  $f$  telle que

$$f^{-1}(y) = \frac{2}{\pi} \int_0^y e^{-y'^2} dy' = \text{Erf}(y).$$

La distribution gaussienne se génère donc à partir d'une distribution uniforme en utilisant l'inverse de la fonction Erreur. Celle-ci est évaluée par dichotomie sur un intervalle légèrement plus petit que  $[-1; 1]$ , à la limite de précision de calcul de la fonction erreur par le logiciel utilisé<sup>2</sup>, soit une erreur relative de moins de  $1.10^{-15}$ . Une série de 100.000 tirages opérés de cette façon permet de reproduire une distribution gaussienne sur trois ordres de grandeur (Fig. 1.3, en haut).

La distribution des temps de libre parcours est la probabilité que le pas ait une durée  $t$  à  $dt$  près. Elle s'obtient en dérivant  $P_c$  (Eq. 1.3). En normalisant les temps à  $\tau_c$ , il vient

$$P(y) = e^{-y}$$

On obtient cette distribution à partir d'une distribution uniforme sur l'intervalle  $[0; 1]$  en appliquant le changement de variable

$$f(x) = -\ln(1 - x),$$

comme on peut le vérifier grâce à l'équation 1.10. Une distribution statistique ainsi obtenue après 100.000 tirages est représentée sur la figure 1.3, en bas. On peut vérifier que le temps caractéristique vaut bien 1.

Nous avons calculé comme décrit ci-dessus les distributions des déplacements pour des temps normalisés compris entre 0,1 et 50 (Fig. 1.4). Celles-ci restent raisonnablement proches d'une gaussienne, un petit écart peut être observé aux temps intermédiaires, de l'ordre de quelques  $\tau_c$ . Nous avons ajusté une gaussienne sur les distributions obtenues à différents instants et nous avons comparé la variance de l'ajustement avec la loi d'Orstein (Eq. 1.4). On observe un bon accord entre les deux (Fig. 1.5, en bas). Les résidus (Fig. 1.5, en haut) sont faibles. Le maximum est atteint pour  $t = 3\tau_c$ , où on atteint  $6.10^{-3}$ . Nous avons pu vérifier de cette manière la validité de l'équation 1.9 à tout instant.

## II La turbulence

### II.1 Définition

Tout système présentant des fluctuations, de densité ou d'autres paramètres, n'est pas turbulent. Quels critères peut-on se donner pour caractériser un système

---

2. Igor, chez Wavemetrics

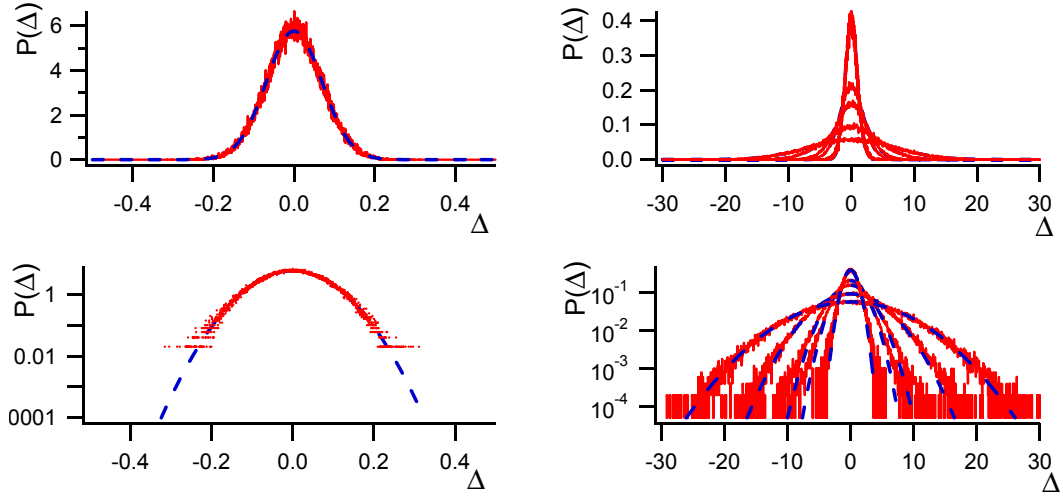


FIG. 1.4 – Distributions statistiques de la projection selon un axe des déplacements, obtenues numériquement pour différents temps (trait continu rouge) et leur ajustement sur une gaussienne (trait discontinu bleu), en haut en unités naturelles, en bas en semi-log. A gauche,  $t = 0,1$ ; à droite,  $t = 2, 5, 8, 20$  et  $50$ .

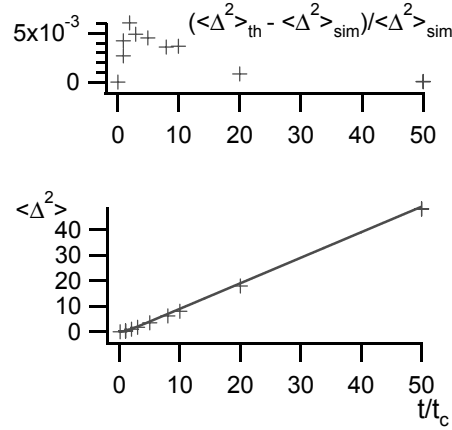


FIG. 1.5 – Variance des ajustements gaussiens sur les distributions statistiques calculés à différents instants (points) et comparaison avec la formule d'Ornstein (Eq. 1.4, trait continu).

La différence entre les deux modèles est présentée en haut. Elle est faible, maximale lorsque le temps est proche de quelques fois le temps de collision.

turbulent ? En s'appuyant sur l'énoncé de Lesieur [6], nous exposerons quelques propriétés d'un tel système :

- une sensibilité extrême aux conditions initiales : un écart infime par rapport à un état initial, même très localisé, peut conduire à une évolution différente du système tout entier;
- une capacité de transport et de mélange bien plus importante que la diffusion thermique particulaire des constituants élémentaires du milieu (molécules pour un gaz, ions et électrons pour un plasma);
- un taux de fluctuation supérieur de plusieurs ordres de grandeur au taux de fluctuation dû à la dynamique moléculaire;
- la description du système fait intervenir une grande gamme d'échelles spatiales, depuis la taille du système lui-même jusqu'à l'échelle où le taux de fluctuation est le taux de fluctuation d'équilibre, imposé par la dynamique moléculaire, cette dernière pouvant être inférieure de plusieurs ordres de grandeur à la taille du système.

D'une façon plus générale, le mouvement turbulent est principalement le fait des grandes échelles<sup>3</sup> (grandes devant toutes les échelles particulières). Par conséquent, la description fluide (milieu continu) convient. Un tel milieu peut être modélisé comme une superposition de particules fluides, dont on peut étudier le mouvement et la déformation.

## II.2 Modélisation par une marche aléatoire

Le mouvement des particules fluides peut être caractérisé par la fonction d'autocorrélation des vitesses lagrangiennes, c'est-à-dire la corrélation entre les vitesses d'une même particule fluide.

$$C_v(\tau) = \langle v(t) v(t + \tau) \rangle \quad (1.11)$$

Cette fonction contient la plupart des informations nécessaires pour bâtir un modèle de marche aléatoire.  $C_v(0)$  est la vitesse turbulente quadratique moyenne  $u^2$ ;  $C_v(\tau)$  (normalisée convenablement) est l'équivalent de la fonction  $P_c$  de la partie précédente. Il s'agit de la distribution des temps nécessaires pour faire perdre à la particule fluide la mémoire de sa vitesse initiale. L'utilisation des marches aléatoires est justifiée par le fait que ces dernières conduisent aux mêmes résultats que l'équation de Fokker-Plank.

## II.3 Statistique gaussienne des déplacements

Dans le cas où la fonction de distribution des déplacements est une gaussienne, sa fonction caractéristique est également une gaussienne de la forme donnée par l'équation 1.8. Il suffit de connaître son écart-type pour qu'elle soit totalement déterminée.

Si la distribution des vitesses turbulentes est proche d'une gaussienne et qu'il existe un temps caractéristique  $\tau_c$  de perte de mémoire, on peut obtenir simplement

---

3. Des résultats expérimentaux quantitatifs seront présentés à ce sujet au chapitre 5.

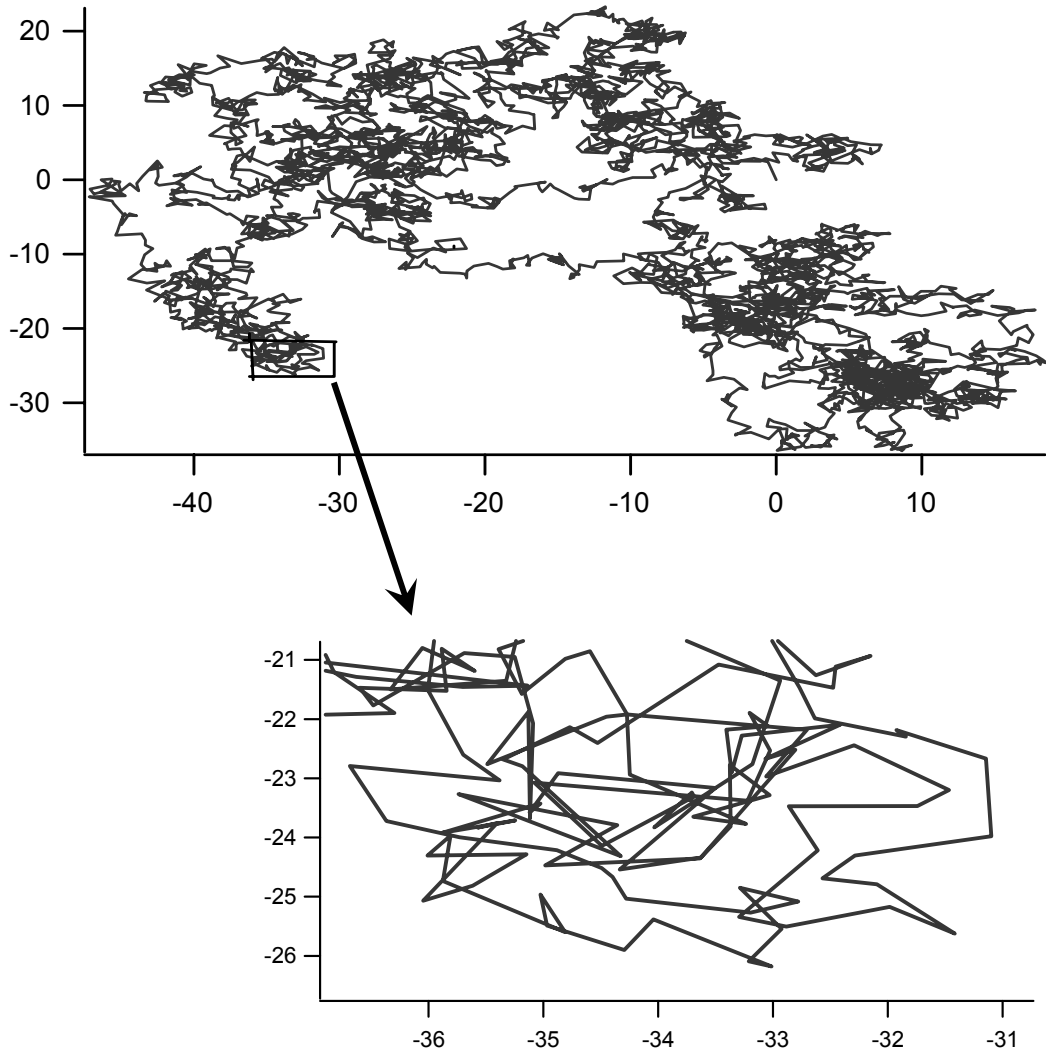


FIG. 1.6 – Exemple de marche aléatoire à deux dimensions suivant une statistique gaussienne. La partie basse est un agrandissement d'une partie de la trajectoire.

la fonction caractéristique du déplacement, comme nous l'avons fait pour la fonction caractéristique du déplacement moléculaire. En effet, dans ce cas, sa fonction caractéristique s'écrit de même que dans l'équation 1.9.

$$\hat{P}(\vec{k}, t) = e^{-k^2 u^2 \tau_c^2 (t/\tau_c - 1 + \exp(-t/\tau_c))}. \quad (1.12)$$

où  $u$  est la vitesse turbulente quadratique moyenne et  $\tau_c$  est le temps de corrélation de la vitesse. On appellera tout élément de cette famille de fonctions une fonction d'Ornstein.

L'aspect d'une marche aléatoire en deux dimensions suivant une telle distribution de probabilité est représentée sur la figure 1.6. Cette figure a été obtenue par un programme semblable à celui présenté à la section précédente.

Une longueur caractéristique des libres parcours existe et on la note  $l_c$ . Tous les pas ont une longueur du même ordre de grandeur que  $l_c$ . C'est ce que nous pouvons

constater en agrandissant une petite partie de la trajectoire de la particule (Fig. 1.6, en bas). La distance  $\Delta$  parcourue après un temps  $\tau$  par une particule vérifie la célèbre loi d'échelle de la diffusion. Le rapport du carré de cette distance au temps de parcours est une constante égale au rapport du carré de la longueur caractéristique  $l_c$  au temps caractéristique  $\tau_c$  (Eq. 1.13). Ce rapport, noté  $D$ , est homogène à un coefficient de diffusion et on l'appelle coefficient de diffusion turbulent. Par analogie avec la diffusion moléculaire, on ajoute un facteur 2.

$$\frac{\Delta^2}{\tau} = 2 \frac{l_c^2}{\tau_c} = 2 D \quad (1.13)$$

La description fluide de la turbulence en terme de coefficient de diffusion turbulent a été très utilisée dans le cadre de la physique des plasmas, tant par les expérimentateurs [7] que par les théoriciens [8, 9] et encore aujourd'hui reste un paradigme commode [10, 11]. Cette description théorique faisant appel à la loi de Fick, induit des hypothèses très fortes sur la statistique du déplacement, comme nous le rappellent les expressions 1.5 et 1.13. Elle suppose une distribution gaussienne des déplacements et l'existence d'échelles caractéristiques de longueur et de temps.

#### II.4 Exemple d'une autre statistique

D'autres statistiques existent cependant, dont les propriétés seraient tout à fait de nature à rendre compte des observations expérimentales. Considérons dans un premier temps l'exemple d'une distribution lorentzienne. Cette distribution est encore appelée fonction de Cauchy.

$$P(\Delta, t) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta}{d(t)}\right)^2}, \quad (1.14)$$

où  $d(t)$  est la demi-largeur de  $P(\Delta)$  à mi-hauteur au temps  $t$ .

Cette fonction présente des ailes beaucoup plus larges que la gaussienne, à tel point qu'elle n'a pas de moment d'ordre deux : l'expression de ce dernier diverge vers l'infini. Cela signifie que des événements d'intensité très grandes sont certes rares mais possibles, contrairement au cas où la distribution est gaussienne : les événements extrêmes sont alors infiniment peu probables, comme nous avons pu le constater au paragraphe précédent. Nous avons effectué une simulation des mouvement selon une double loi de probabilité telle que 1.14. Chacun des déplacements selon les axes (Ox) et (Oy) est tiré au sort, après chaque collision, selon la même loi 1.14. Le résultat d'une telle marche aléatoire à deux dimensions est présenté sur la figure 1.7.

On observe qu'il n'y a pas dans ce cas de longueur caractéristique. Si on agrandit une portion de la trajectoire (Fig. 1.7, en bas), on ne trouve pas des segments de longueurs semblables mais une image très similaire à la trajectoire toute entière. Si on effectuait un nouvel agrandissement sur une petite partie de cette portion de trajectoire, il en serait de même. Une marche aléatoire suivant une distribution lorentzienne présente des propriétés d'autosimilarité.



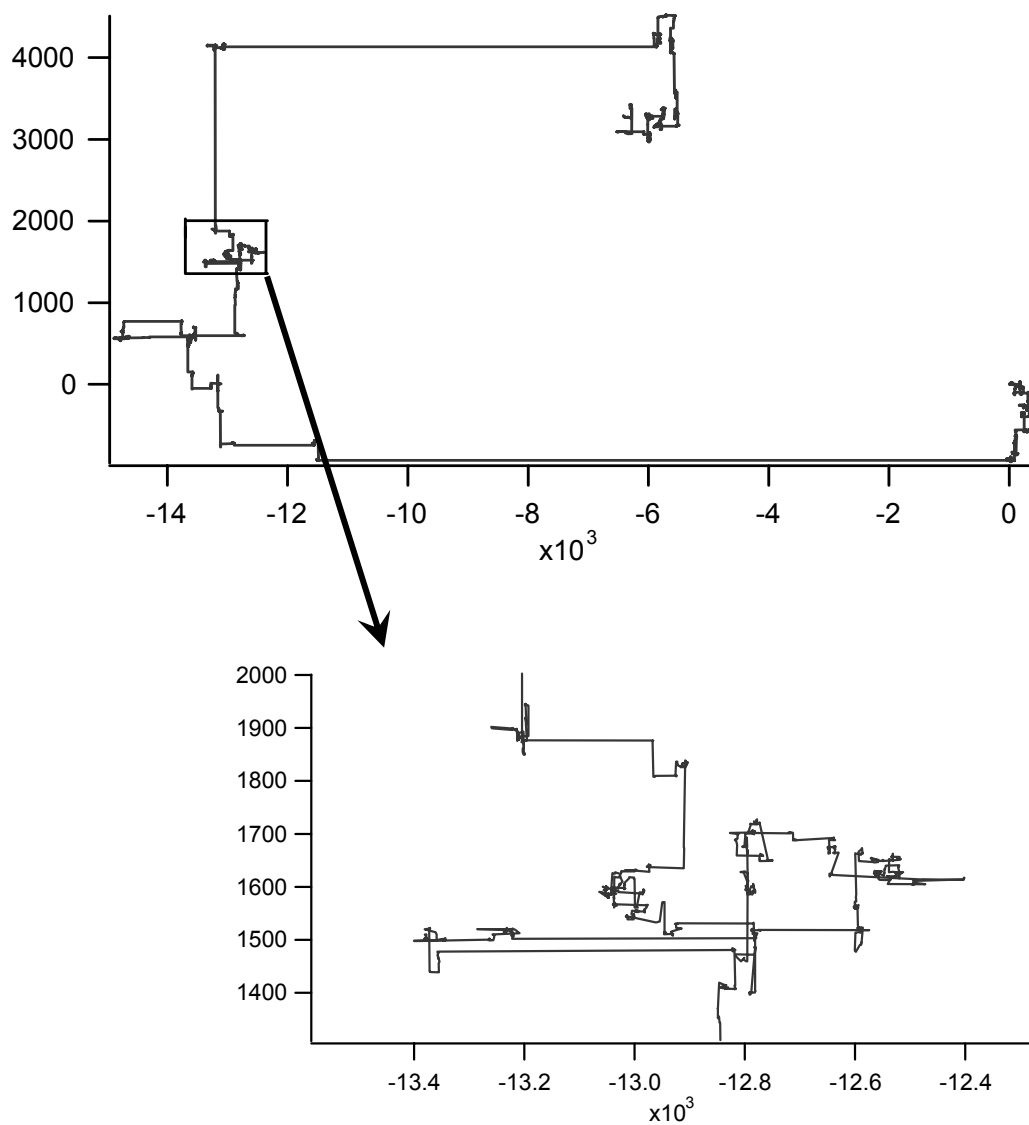


FIG. 1.7 – Exemple de marche aléatoire à deux dimensions suivant une statistique lorentzienne. La partie inférieure est un agrandissement d'une partie de la trajectoire.

On peut s'étonner que cette marche soit à ce point anisotrope. C'est que le programme générant la marche aléatoire a été conçu plutôt à des fins d'illustration que de modélisation. Comme nous l'avons mentionné plus haut, nous avons en effet considéré que les coordonnées du déplacement selon chacun des deux axes étaient des variables indépendantes suivant la même distribution de probabilité lorentzienne. La distribution est factorisable en deux parties indépendantes lorsque la distribution est gaussienne. Mais ce n'est pas le cas avec une distribution lorentzienne. Avec un tel choix, comme la distribution lorentzienne n'a pas d'échelle caractéristique, il est rare que les déplacements selon les deux axes, issus de deux tirages différents, soient du même ordre de grandeur : l'un est souvent négligeable devant l'autre. D'où les angles droits observés. Il semblerait a priori plus réaliste de prendre une distribution lorentzienne pour le module du déplacement et une distribution uniforme pour la direction, mais une telle fonction ne serait pas intégrable, que ce soit en deux ou en trois dimensions, et ne pourrait donc être normalisée à 1.

## II.5 Les distributions stables de Lévy : une généralisation de la distribution gaussienne

Les distributions gaussienne et lorentzienne, malgré leurs différences ont un point commun. Toutes deux sont des distributions stables.

Soit  $\{\dots, x_i, \dots\}$ ,  $n$  variables indépendantes dont la distribution de probabilité est  $P$ . La distribution  $P$  est dite stable s'il existe un nombre  $c$  tel que  $P$  soit également la distribution de la variable somme

$$X = \frac{1}{c} \sum_i x_i.$$

L'intérêt de telles distributions tient au fait que des distributions qui ne sont pas stables par addition sont susceptibles de converger vers l'une de ces distributions stables quand le nombre de variables aléatoires indépendantes dans la somme devient très grand.

Un exemple célèbre est le théorème de la limite centrale. Dans une formulation faible, il s'énonce ainsi. Soient  $n$  variables aléatoires indépendantes dont la distribution a un écart type fini. La distribution de la somme de ces variables tend vers une gaussienne lorsque  $n$  tend vers l'infini. Ce théorème se généralise quand on relâche la contrainte sur l'écart-type fini et qu'on la remplace par une contrainte sur l'exposant du développement asymptotique de la distribution.

L'ensemble des distributions stables forme l'ensemble des distributions de Lévy. Ces dernières ont une fonction caractéristique de la forme [12] :

$$\hat{P}_L(k) = e^{-(dk)^\alpha} \quad 0 < \alpha \leq 2, \quad (1.15)$$

où  $\alpha$  est l'exposant de Lévy et  $d$  est homogène à une distance. Pour  $\alpha = 2$ , on reconnaît la gaussienne. Pour  $\alpha = 1$ , on retrouve la Lorentzienne si on se souvient que sa transformée de Fourier est la fonction exponentielle. Pour les autres distributions de Lévy, on ne connaît pas d'expression analytique dans l'espace direct, mais seulement leur fonction caractéristique. Toutes ces fonctions hors la gaussienne n'ont pas

de moment d'ordre 2. Les marches aléatoires qui leur sont associées n'ont donc pas d'échelle caractéristique.

## II.6 Les distributions de Lévy en physique

Ces distributions et les propriétés des marches aléatoires associées ont été découvertes par le mathématicien P. Lévy dans la première partie du  $XX^{\text{ème}}$  siècle. Leur intérêt pour la physique n'est apparu que progressivement, l'existence d'un écart-type infini paraissait cantonner ces distributions au rang de curiosité mathématique.

C'est que jusque là, on avait toujours considéré des marches aléatoires où les pas s'enchaînent à un rythme régulier. Le nombre de pas effectués est alors strictement proportionnel au temps écoulé. Les premiers succès des distributions de Lévy en physique sont liés à l'invention des "Continuous Time Random Walk" (CTRW). Ces marches aléatoires sont définies à la fois par une distribution de la longueur des pas et par une distribution du temps d'attente [13]. Une distribution gaussienne pour la longueur des pas et une distribution de Lévy pour les temps d'attente permet de décrire les phénomènes subdiffusifs, c'est-à-dire des situations où le carré de l'écart type d'une variable aléatoire résultant de la somme de processus élémentaires croît moins vite que le temps :

$$\langle x^2 \rangle \propto t^\alpha, \alpha < 1.$$

De telles situations se rencontrent en physique de la matière condensée. C'est également le cas pour la diffusion d'une charge à travers un champ magnétique dans un plasma non-turbulent. Une description de ce phénomène en terme de CTRW est due à l'Ecole de Bruxelles et notamment R. Balescu qui a introduit ces concepts en physique des plasmas [14].

Les CTRW n'ont pas été les seuls arguments de nature à réconcilier les physiciens et les vols de Lévy. En effet, même si la statistique associée à un phénomène physique présente un écart-type infini pour le déplacement, il ne faut pas oublier que le calcul qui a mené à ce résultat supposait un espace infini. En réalité le système physique est toujours fini. Cette considération n'a que peu d'importance lorsqu'on traite un système diffusif qui possède une échelle caractéristique de distance, dès lors que la taille du système est très grande devant cette échelle [15]. Autrement dit, les ailes des distributions gaussiennes ont un poids tellement faible, qu'il importe peu où a lieu la troncature imposée par la taille finie du système dès lors qu'elle se situe à quelques écarts-types. Il n'en va pas du tout de même avec les phénomènes impliquant des statistiques dont les moments d'ordre 2 divergent. Le fait que le système soit fini est sensible car cela influe sur la distribution effectivement observée (voir par exemple l'appendice de la référence [16]). Cela permet tout d'abord de retrouver un écart-type fini pour le déplacement et, de plus, cet écart-type dépend de l'endroit où a lieu la troncature. La physique du système dépend alors de sa taille.

Il est assez intuitif de penser que de telles distributions sont de nature à décrire le transport turbulent et les phénomènes d'intermittence, que la théorie de Fick décrit mal [10]. Pourtant la mise en place d'une description théorique s'est avérée

plus délicate dans le cas d'un transport superdiffusif, c'est-à-dire des situations où le carré de l'écart type d'une variable aléatoire résultant de la somme de processus élémentaires croît plus vite que le temps :

$$\langle x^2 \rangle \propto t^\alpha, \alpha > 1.$$

De nombreux travaux théoriques récents ont été écrits sur le sujet, notamment pour décrire le transport dans des plasmas chauds magnétisés des machines à fusion [17, 18, 15, 19]. Cependant si ces modèles permettent d'expliquer des phénomènes jusque là décrits par des termes ad hoc, comme la vitesse de pincement dans les tokamaks [19], peu de preuves directes mettent en évidence des processus de Lévy. Ce sont le plus souvent des mesures locales réalisées avec des sondes [20]. Elles ne peuvent en aucun cas donner accès à la distribution des déplacements du plasma dans un volume.

Un livre recueillant les minutes d'une conférence dédiée au sujet (Ref. [21]) rassemble à la fois une présentation générale de ces distributions et leurs applications en physique, théorique et expérimentale, notamment en mécanique des fluides. Une présentation des vols de Lévy et des CTRW, appliqués à la physique des plasmas est aussi faite dans plusieurs livres de R. Balescu, par exemple Ref. [22]. Un article de M. F. Shlesinger [17] présente un modèle où les particules se déplacent continuellement à vitesse constante entre deux collisions, au lieu de faire des sauts instantanés d'un point à un autre après un temps d'attente.



## Chapitre 2

### LA DIFFUSION COLLECTIVE : UNE MESURE DE LA TURBULENCE



## 2. LA DIFFUSION COLLECTIVE : UNE MESURE DE LA TURBULENCE

La diffusion de la lumière a été utilisée depuis de nombreuses années pour étudier la turbulence, aussi bien en mécanique des fluides [23, 24] qu'en physique des plasmas dans les tokamaks [25, 26], les stellarators [27] ou encore les plasmas atmosphériques [28, 7]. Elle est le plus souvent utilisée pour mesurer le spectre spatial de la turbulence ou une vitesse moyenne d'écoulement. Pourtant son spectre temporel contient des informations sur la dynamique de la turbulence. L'originalité des recherches menées au LPTP consiste justement à étudier la structure fine de la lumière diffusée et d'en extraire ces informations.

Ce chapitre présente le principe de ce diagnostic et de la détection du signal. Nous montrons ensuite comment on peut extraire des informations quantitatives sur le spectre spatial de la turbulence ainsi que sur la distribution des déplacements des particules fluides pendant un temps donné.

### *I Diffusion de la lumière par un milieu turbulent*

La propagation de la lumière dans le vide est régie par les seules équations de Maxwell. Il s'agit d'une onde transverse, non-dispersive, de vitesse  $c$ . Le vecteur d'onde, défini comme le gradient de la phase, est donc orthogonal aux vecteurs du champ électrique et du champ magnétique, et par là même parallèle au vecteur de Poynting. Si le front d'onde est lisse, on peut construire simplement la notion de rayon (courbe parallèle en tout point au vecteur de Poynting) et retrouver un résultat élémentaire d'optique géométrique : la lumière dans le vide se propage en ligne droite.

La modélisation de sa propagation dans un milieu matériel est fondamentalement complexe puisqu'elle nécessite a priori l'étude de l'interaction de l'onde avec chacune des charges, électrons ou noyaux. Elle est souvent pratiquement simple parce que les longueurs d'onde en optique sont très grandes devant les distances interatomiques et que l'interaction est linéaire. Il est alors possible de considérer la matière comme un milieu continu. L'onde interagit avec un milieu dont la densité de charge est moyennée sur une fraction de longueur d'onde. En particulier, si le milieu est homogène, son interaction avec l'onde est entièrement contenue dans un seul paramètre : l'indice optique. La propagation de l'onde dans un tel milieu se réalise comme dans le vide mais à une vitesse de phase valant  $c = c_0/n$ .

Si le milieu est inhomogène mais sur des longueurs caractéristiques grandes devant la longueur d'onde, la description en terme d'indice est toujours valable, mais ce dernier dépend désormais de la position. On peut décrire ainsi les phénomènes de



réfraction et de mirage. La description de la propagation dans le cadre de l'optique géométrique fait apparaître des rayons incurvés.

Cela dit, même dans ces conditions, cette description du milieu continu n'est pas complète puisqu'il existe aussi la diffusion moléculaire (diffusion Rayleigh sur les électrons liés, dans le domaine optique) ou Thompson (sur les électrons atomiques dans le domaine des X ou sur les électrons libres d'un plasma) qui résulte de l'interaction de l'onde avec les composants élémentaires de la matière. C'est un phénomène bien visible puisqu'il rend le ciel lumineux et bleu ou filtre la lumière directe du soleil au point de la faire apparaître rouge au couchant.

A une échelle intermédiaire entre l'échelle particulière et l'échelle macroscopique, les fluctuations d'indice engendrent également un phénomène de diffusion de la lumière. C'est pourtant toujours la même interaction qui est à la source, quelle que soit l'échelle, depuis la diffusion (Rayleigh ou Thompson) jusqu'à la réfraction. Pour décrire l'influence sur la lumière des fluctuations du milieu à une échelle intermédiaire, il est utile de se rappeler des processus fondamentaux.

### 1.1 Rayonnement d'une charge soumise à une onde électromagnétique

Toute charge accélérée rayonne. Une charge  $q$  de masse  $m$  oscillant dans le champ d'une onde rayonne donc une partie de la puissance de l'onde. A la limite non-relativiste, le champ lointain à la position  $\vec{r}'$ , rayonné par une charge libre située en  $\vec{r}$  dans la direction  $\vec{n}$  s'écrit :

$$\vec{E}_1(\vec{r}', t | \vec{r}) = - \frac{r_0}{|\vec{r}' - \vec{r}|} \vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{E}_i(\vec{r}, t)) e^{ik_d \vec{n} \cdot (\vec{r}' - \vec{r})} \quad (2.1)$$

avec

$$r_0 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}, \text{ le rayon classique de l'électron}$$

et  $\vec{k}_d$ , le vecteur d'onde de l'onde diffusée dans la direction  $\vec{n}$ .

On remarque que l'amplitude du champ diffusé est d'autant plus grande que la masse de la particule est petite. Ainsi dans un plasma, le champ diffusé par les électrons libres est au moins 2000 fois plus grand que celui que diffusent les ions. Le champ issu de la diffusion Rayleigh, due aux électrons liés, est plus faible. On pose  $\mathcal{E}_1$ , l'amplitude du champ diffusé par une particule à la distance  $\vec{r}'$ .

### 1.2 Champ diffusé par un ensemble de particules

Soit un ensemble de particules diffusantes, chacune repérée par sa position  $\vec{r}_j(t)$ . On éclaire ce milieu par une onde électromagnétique plane de pulsation  $\omega_0$  et de vecteur d'onde  $\vec{k}_i$  :  $\vec{E}_i = \vec{E}_0 e^{-i\omega_0 t + i\vec{k}_i \cdot \vec{r}}$ . La période temporelle de l'onde,  $2\pi/\omega_0$ , est très petite devant les temps caractéristiques de la dynamique du milieu.

Chaque particule est soumise à un champ oscillant  $\vec{E}_i(\vec{r}_j(t)) = \vec{E}_i(\vec{0}) e^{-i\omega_0 t + i\vec{k}_i \cdot \vec{r}_j(t)}$ . Elle diffuse un champ

$$E_1(\vec{r}', t | \vec{r}_j(t)) = \mathcal{E}_1 e^{i(\vec{k}_i - \vec{k}_d) \cdot \vec{r}_j(t)} e^{i(\vec{k}_d \cdot \vec{r}' - \omega_0 t)}.$$

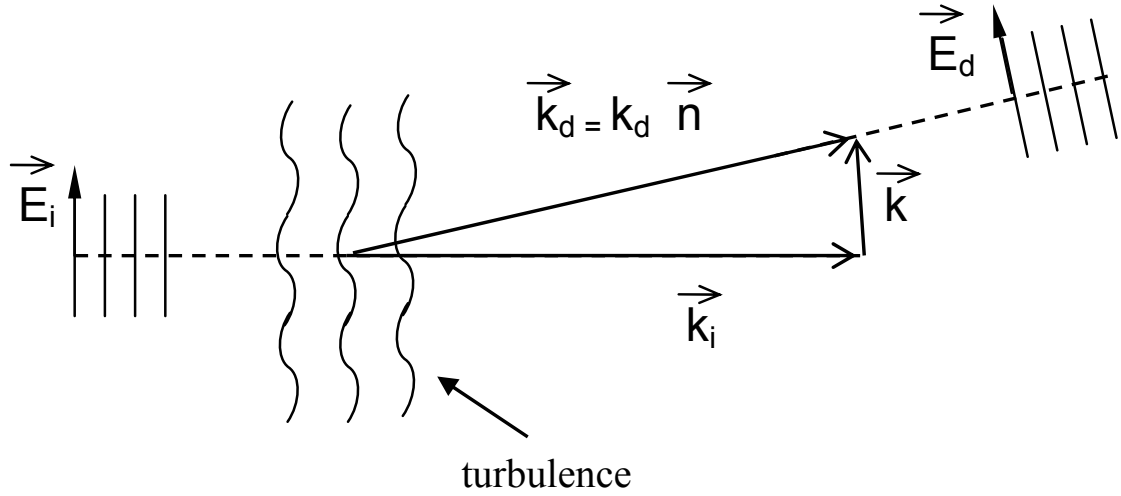


FIG. 2.1 – Schéma de principe de l'expérience

Tant que la vitesse des particules est faible devant celle de la lumière, la fréquence de l'onde diffusée est très proche de  $\omega_0$  : la diffusion est élastique, c'est-à-dire que  $\|\vec{k}_d\| = \|\vec{k}_i\|$ . On pose  $\vec{k} = \vec{k}_d - \vec{k}_i$ . Le champ total diffusé s'écrit alors :

$$E_d(\vec{r}', t) = \mathcal{E}_1 e^{i(\vec{k}_d \cdot \vec{r}' - \omega_0 t)} \sum_j e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_j(t)}. \quad (2.2)$$

A la limite des milieux continus, c'est-à-dire lorsque la longueur d'onde sondée,  $2\pi/k$ , est grande devant la distance interparticulaire, on peut transformer la somme discrète en somme continue :

$$E_d(\vec{r}', t) = \mathcal{E}_1 e^{i(\vec{k}_d \cdot \vec{r}' - \omega_0 t)} \int n(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} d^3\vec{r} \quad (2.3)$$

où  $n(\vec{r}, t)$  est la densité de particules au point  $\vec{r}$  et à l'instant  $t$ .

On voit alors que le champ diffusé est proportionnel à la transformée de Fourier spatiale de la densité évaluée au vecteur de l'espace réciproque  $\vec{k}$ .

On retrouve avec cette expression qu'un milieu homogène à la limite des milieux continus ne diffuse pas de lumière, mais que toute l'énergie est rayonnée vers l'avant, dans la direction de propagation de l'onde incidente.

## II Détection du champ diffusé.

Nous avons montré que le champ diffusé était proportionnel à la transformée de Fourier spatiale de la densité.

$$E_d(\vec{r}', t) = \mathcal{E}_1 e^{i(\vec{k}_d \cdot \vec{r}' - \omega t)} \tilde{n}(\vec{k}, t) \quad (2.4)$$

L'objectif pour l'expérimentateur est de construire un signal proportionnel au champ ou plutôt à sa modulation  $\tilde{n}(\vec{k}, t)$ . Plusieurs problèmes se posent.

- Les détecteurs optiques sont quadratiques:  $s \propto E^2$ .
- Ils ont un temps de réponse beaucoup plus long (plusieurs ordres de grandeur) que la période optique. Pour mémoire, la fréquence d'un signal optique est de l'ordre de  $10^{13}/10^{14}$  Hz.
- Enfin  $\tilde{n}(\vec{k}, t)$  est une fonction complexe, proportionnelle au champ complexe. Pour l'obtenir, la mesure doit conserver les informations d'amplitude et de phase.

### II.1 Détection hétérodyne

Pour résoudre ces différents points, on utilise le principe de la détection hétérodyne [29, 26]. Cette méthode permet de translater le spectre temporel du signal, initialement centré autour de la fréquence du laser, vers des fréquences beaucoup plus basses, c'est-à-dire inférieures à la fréquence de coupure du détecteur mais toujours plus grandes que la largeur du spectre temporel des fluctuations de densité, de façon à éviter les phénomènes de repliement.

L'idée consiste à faire battre le faisceau diffusé avec un faisceau de référence, appelé aussi oscillateur local ou OL, décalé en fréquence de quelques MHz [30, 26].

On fait suivre des chemins semblables aux deux faisceaux, primaire et OL (Fig. 4.3), pour des raisons à la fois pratiques et physiques. L'OL sert de ligne de visée : le primaire viendra le croiser au niveau de la zone de mesure avec un angle variable  $\theta$ ; arrivent sur le détecteur l'OL, fixe, et la lumière diffusée du primaire avec l'angle  $\theta$ . Par ailleurs, de cette façon, la différence de chemin optique entre les deux faisceaux est bien plus faible que la longueur de cohérence du faisceau laser, ce qui permet d'éviter un élargissement spectral dû au laser qui serait fatal à l'étude du spectre temporel du signal.

Ce faisceau de référence est obtenu en faisant passer le faisceau primaire du laser dans un réseau acousto-optique, c'est-à-dire un réseau formé par une onde sonore de fréquence  $f_{ac}$  dans un matériau. L'ordre 0 du réseau est une onde à la même fréquence que l'onde incidente, en revanche l'ordre 1 (ou -1) est une onde décalée en fréquence de  $f_{ac}$ .

### II.2 Obtention du signal complexe

Pour obtenir un signal proportionnel à  $\tilde{n}(\vec{k}, t)$ , on sépare ensuite le signal hétérodyne, c'est-à-dire le signal du détecteur débarrassé de sa composante continue et amplifié (nous verrons plus bas pourquoi), en deux voies et on multiplie chaque voie par un signal à la fréquence de modulation du réseau acousto-optique, l'un étant en quadrature de l'autre (à une phase près, un cosinus et un sinus). Nous obtenons ainsi deux signaux, que nous appellerons cos et sin, qui correspondent respectivement à la partie réelle et à la partie imaginaire de la transformée de Fourier spatiale de la densité (Fig. 2.2). Nous nous proposons de calculer pas à pas l'effet des deux étapes de détection que nous avons décrites dans leur principe pour montrer qu'on obtient bien ce que nous cherchons à connaître.

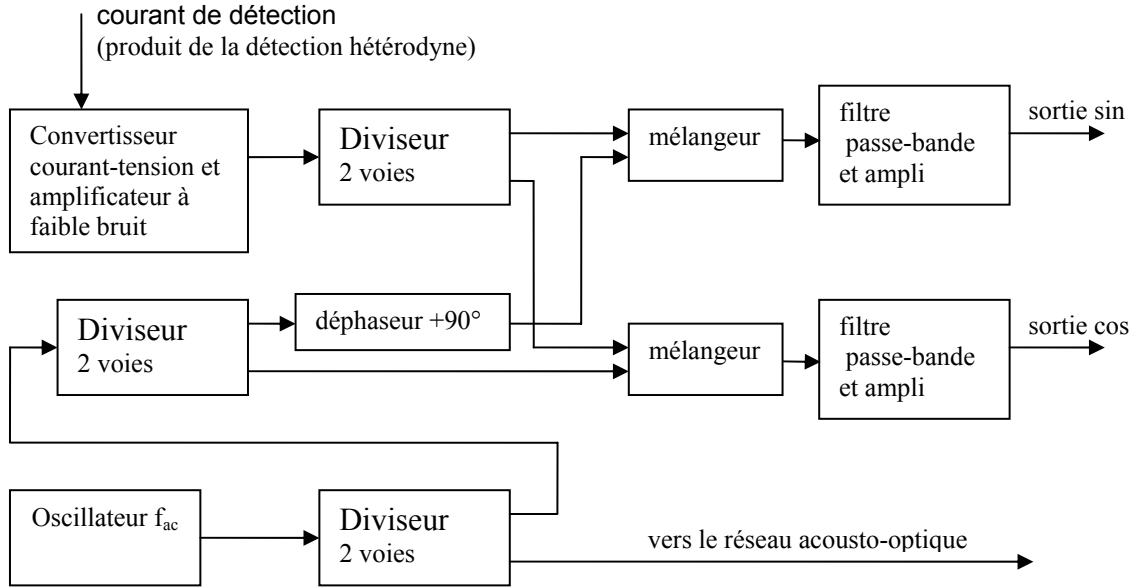


FIG. 2.2 – Schéma de principe de la démodulation superhétérodyne

Pour cela, repartons du signal physique, c'est-à-dire de l'expression du champ réel.  $\omega_o$  désigne la pulsation du laser.

$$E_d(\vec{r}', t) = \mathcal{E}_1 \int n(\vec{r}, t) \cos(\omega_o t - \vec{k}_d \vec{r}' + \vec{k} \vec{r} + \phi) d^3 \vec{r}$$

Le champ électrique total arrivant sur le détecteur s'écrit :

$$E_t = E_d + E_{OL} = E_d + \mathcal{E}_{OL} \cos((\omega_o + \omega_{ac})t + \phi')$$

Le signal électrique (le courant) est proportionnel à  $\langle E_t^2 \rangle_{\tau_d}$ , c'est-à-dire à la moyenne quadratique du champ électrique sur le temps de réponse du détecteur.

$$E_t^2 = E_d^2 + \mathcal{E}_{OL}^2 \cos^2((\omega_o + \omega_{ac})t + \phi') + 2 \mathcal{E}_{OL} E_d \cos((\omega_o + \omega_{ac})t + \phi')$$

Les deux premiers termes présentent une composante continue (l'intensité lumineuse des deux faisceaux) et une composante variable dont la fréquence est dans le domaine optique. La composante variable est éliminée par le détecteur lui-même. On élimine la composante continue avec un filtre passe-haut (cf. section II.3), situé dans le circuit électronique juste derrière le détecteur et avant tout amplificateur car cette composante continue ferait saturer les amplificateurs. Les deux premiers termes ne participent donc pas au signal hétérodyne.

Nous écrivons maintenant plus en détail le troisième terme.

$$\begin{aligned}
2E_d E_{OL} &= 2\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_{OL} \cos((\omega_o + \omega_{ac})t + \phi') \\
&\quad \int n(\vec{r}, t) \cos(\omega_o t - \vec{k}_d \vec{r}' + \vec{k} \vec{r} + \phi) d^3 \vec{r} \\
&= \mathcal{E}_{OL} \mathcal{E}_1 \int n(\vec{r}, t) \left( \cos((2\omega_o + \omega_{ac})t - \vec{k}_d \vec{r}' + \vec{k} \vec{r} + \phi + \phi') \right. \\
&\quad \left. + \cos(-\omega_{ac}t - \vec{k}_d \vec{r}' + \vec{k} \vec{r} + \phi - \phi') \right) d^3 \vec{r}
\end{aligned}$$

De même, le terme en  $2\omega_o$  disparaît et le signal hétérodyne,  $s_h$  s'écrit donc

$$s_h = \alpha \mathcal{E}_{OL} \mathcal{E}_1 \int n(\vec{r}, t) \cos(-\omega_{ac}t - \vec{k}_d \vec{r}' + \vec{k} \vec{r} + \phi - \phi') d^3 \vec{r}.$$

Nous retrouvons que le signal hétérodyne est un signal centré sur  $\omega_{ac}$  et modulé par  $\tilde{n}(\vec{r}, t)$ .

Le signal complexe s'obtient comme nous l'avons déjà évoqué en séparant le signal hétérodyne sur deux voies et en multipliant chacune d'elles par un signal de pulsation  $\omega_{ac}$ , l'un en cosinus et l'autre en sinus. On obtient sur chaque voie deux signaux, l'un centré sur 0, l'autre centré sur  $2\omega_{ac}$ . Un filtre passe-bas permet d'éliminer la seconde composante sans endommager le signal pertinent. Nous obtenons alors les signaux  $s_c$  et  $s_s$  sur les sorties cos et sin :

$$\begin{aligned}
s_c &= \alpha \mathcal{E}_{OL} \mathcal{E}_1 \int n(\vec{r}, t) \cos(\vec{k} \vec{r} - \vec{k}_d \vec{r}' + \phi - \phi' + \phi'') d^3 \vec{r} \\
s_s &= \alpha \mathcal{E}_{OL} \mathcal{E}_1 \int n(\vec{r}, t) \sin(\vec{k} \vec{r} - \vec{k}_d \vec{r}' + \phi - \phi' + \phi'') d^3 \vec{r}.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

La quantité  $Z = s_c + is_s$  est bien proportionnelle à  $\tilde{n}(\vec{k}, t)$ . Notons tout de même que cela est vrai à une phase arbitraire près.

### II.3 Détection du champ électrique

Le laser utilisé dans le cadre de ce travail de recherche est un laser à  $CO_2$ . Nous utilisons une photodiode adaptée à sa longueur d'onde, soit  $\lambda_0 = 10,6 \mu m$ . La tête de la chaîne de détection est représentée sur la figure 2.3. Cette photodiode est polarisée par un circuit continu, isolé de la partie fluctuante du signal par une bobine. Etant conductrice à température ambiante, la photodiode doit être refroidie à la température de l'azote liquide pour jouer son rôle de semi-conducteur. La diode est reliée à une chaîne de détection des fluctuations, d'impédance  $50 \Omega$ , isolée de la composante continue du signal par un condensateur. Les fluctuations sont amplifiées une première fois par un amplificateur à bas-bruit, avant d'être démodulées (étage superhétérodyne).

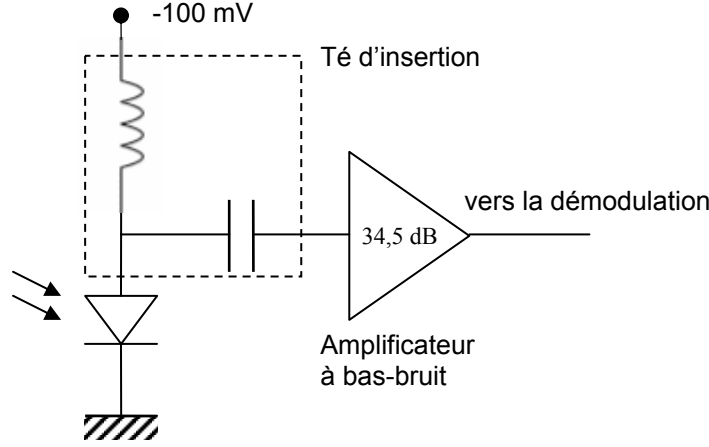


FIG. 2.3 – Tête du circuit de détection. La photodiode est polarisée par un circuit continu, isolé du circuit haute fréquence par une bobine. Les fluctuations de courant sont séparées de la composante continue par un condensateur et amplifiées par un amplificateur à bas-bruit avant d'entrer dans le second étage de la démodulation superhétérodyne.

### III Intérêt et limite du diagnostic

Nous avons donc montré comment le dispositif expérimental permettait d'accéder à la transformée de Fourier spatiale de la densité. L'étude de l'intensité du signal, c'est-à-dire de sa moyenne quadratique temporelle nous permettra d'étudier la structure de la turbulence via son facteur de forme statique,  $S(\vec{k})$ . L'étude du spectre temporel du signal via son facteur de forme dynamique,  $S(\vec{k}, \omega)$ , permettra l'étude de la dynamique de la turbulence aux différentes échelles spatiales. On définit l'un et l'autre de la façon suivante :

$$S(\vec{k}) = \langle \frac{1}{n_0 V T} \int_{-T/2}^{T/2} |\tilde{n}(\vec{k}, t)|^2 dt \rangle. \quad (2.6)$$

$$S(\vec{k}, \omega) = \frac{\langle |\tilde{n}(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle}{n_0 V T}. \quad (2.7)$$

Ces deux facteurs sont liés par la relation de Parseval.

$$S(\vec{k}) = \frac{1}{2\pi} \int S(\vec{k}, \omega) d\omega. \quad (2.8)$$

où  $n_0$  est la densité moyenne de particules,  $V$ , le volume de mesure et  $T$ , la durée du signal temporel traité. En considérant l'équation (2.4), on trouve que la puissance moyenne du champ diffusé s'écrit :

$$P_d = P_1 n_0 V S(\vec{k}). \quad (2.9)$$

avec  $P_1$ , la puissance diffusée à la même distance par une seule particule. Le facteur de forme statique est donc le rapport entre la puissance diffusée par un milieu turbulent composé de  $n_0 V$  particules et celle diffusée dans la même direction par un

gaz parfait comprenant un même nombre de particules, c'est-à-dire par un ensemble de particules dont les positions et les mouvements ne sont pas corrélés entre eux. En effet un ensemble de particules ayant cette propriété créent des champs diffusés qui s'additionnent de façon incohérente, comme nous le reverrons au chapitre 3.

### III.1 Avantages de la méthode de détection superhétérodyne

Le premier intérêt de la méthode est bien entendu que l'on peut accéder directement à  $\tilde{n}(\vec{k}, t)$ . Mais il y en a d'autres.

La qualité d'un diagnostic se reconnaît au rapport signal sur bruit de la mesure qu'il produit, car si on peut amplifier à loisir un signal, on peut, au mieux, ne pas dégrader ce rapport le long de la chaîne de mesure. Passons en revue les principales sources de bruit [31].

Tout d'abord, il y a les bruits blancs, c'est-à-dire qui ont un spectre temporel plat : toutes les fréquences sont également représentées. Dans cette catégorie, il y a le bruit thermique. A travers le circuit de détection, d'impédance  $R$ , porté à la température  $T$ , on constate une fluctuation de courant d'écart quadratique moyen  $\sigma_{th}^2$

$$\sigma_{th}^2 = \frac{4k_B T}{R} \Delta f, \quad (2.10)$$

$\Delta f$  étant la bande passante du circuit de détection. Dans notre cas,  $R$  est l'impédance caractéristique de la chaîne de détection, soit  $50 \Omega$ . Il y a également le bruit photonique. Ce bruit, intrinsèque au caractère quantique de la lumière, donne lieu à une fluctuation du flux de photons d'écart quadratique moyen  $\sigma_{ph}^2$

$$\sigma_{ph}^2 = 2 \frac{F}{h\nu} \Delta f, \quad (2.11)$$

$F$  étant le flux lumineux (en puissance) et  $h\nu$  l'énergie d'un photon. Cette fluctuation sera convertie par le détecteur en fluctuation du signal puis amplifiée, quelle que soit la nature du détecteur. Pour un détecteur quantique, comme une photodiode, l'image électronique du bruit de photon est le bruit Shottky qui entraîne une fluctuation de courant d'écart quadratique moyen  $\sigma_{Sh}^2$ .

$$\sigma_{Sh}^2 = 2eI \Delta f \quad (2.12)$$

Il peut s'exprimer en fonction du flux de photons en introduisant le rendement quantique du détecteur,  $\eta$ , c'est-à-dire le nombre moyen d'électrons émis par photon incident.

$$\sigma_{Sh}^2 = 2e^2 \eta \frac{F}{h\nu} \Delta f \quad (2.13)$$

Il y a également un type de bruit lié aux dérives des composants électroniques : le bruit en  $1/f$ . L'amplitude de ce bruit est limitée par la durée finie de la mesure, qui exclut les fréquences proches de 0.

La source principale de bruit présente dans la chaîne de mesure se situe au niveau du premier amplificateur, car c'est ce bruit là qui sera le plus amplifié. Or à ce niveau de la chaîne de mesure, le signal n'est pas centré sur la fréquence nulle mais sur la fréquence de modulation. Il est donc clairement séparé du bruit en  $1/f$  qui peut être filtré sans dommage pour le signal.

Par ailleurs, le fait de faire battre deux signaux cohérents permet d'obtenir un signal proportionnel au champ mesuré et non à son carré. Cela rend la détection des champs faibles plus facile. Le signal, proportionnel à l'amplitude faisceau OL, peut être amplifié proportionnellement à ce dernier jusqu'à ce que le bruit dominant soit le bruit de photon de l'OL, irréductible celui-là. On a alors atteint les conditions optimales pour la mesure. D'après les expressions du bruit thermique (Eq. 2.10) et du bruit Shottky (Eq. 2.13), on calcule que la puissance minimale de l'OL est de  $0,2\text{ mW}$ . En fait elle est supérieure car il faut prendre en compte le bruit ajouté par les amplificateurs de la chaîne de mesure. Pour s'approcher le plus possible de cette limite, il est nécessaire d'utiliser des amplificateurs à bas-bruit.

Nous avons laissé de côté la question du rayonnement de corps noir qui vient impressionner le détecteur. Lorsque l'on travaille dans l'infrarouge<sup>1</sup>, il est souvent nécessaire pour le réduire de refroidir le détecteur et son environnement proche, par exemple en l'immergeant dans l'azote liquide. Avec la détection hétérodyne, c'est inutile car la puissance de l'OL est si forte que le bruit photonique est supérieur au rayonnement de corps noir. Seule la photodiode est refroidie à la température de l'azote liquide, et uniquement pour la rendre semi-conductrice. Dans le cas contraire, la composante continue du courant (Fig. 2.3) devient trop forte et peut même détruire le composant si une régulation en courant n'est pas prévue.

### III.2 La question du volume de mesure

Le calcul mené dans la partie précédente a passé sous silence tout ce qui concerne la collection de la lumière diffusée sur le détecteur et donc, en particulier, la question de la zone de mesure. Nous allons ici dépasser le simple exposé de principe pour traiter cette question en détail.

Le courant de détection est proportionnel à la puissance  $P(t)$  reçue sur la surface du détecteur :

$$i_T(t) = e\eta \frac{P_T(t)}{h\nu_0}, \quad (2.14)$$

$e$  étant la charge de l'électron,  $\eta$ , le rendement quantique du détecteur (le nombre moyen d'électrons émis par photon incident),  $h$ , la constante de Planck et  $\nu_0$ , la fréquence du laser. La puissance reçue sur la surface  $S$  du détecteur est la somme du vecteur de Poynting sur la surface du détecteur :

$$P_T(t) = \frac{1}{\eta_0} \int_S \vec{E} \wedge \vec{B} d\vec{S} = \frac{1}{\mu_0 c} \int_S |\vec{E}(\vec{r}', t)|^2 dS. \quad (2.15)$$

---

1. A température ambiante ( $T = 300\text{ K}$ )  $\lambda = 10\text{ }\mu\text{m}$  correspond au maximum du spectre d'émission du corps noir.



Comme nous l'avons déjà vu à la section II.2, le champ sur le détecteur est la somme du champ diffusé et du champ de l'O.L. et la puissance du signal se limite au terme de battement entre ces deux champs.

$$i(t) = \frac{e}{h\nu_0} \frac{1}{c\mu_0} \int_S 2\eta(\vec{r}') E_{OL}(\vec{r}', t) E_d(\vec{r}', t) dS, \quad (2.16)$$

où l'on a pris en compte la possibilité que le rendement quantique du détecteur ne soit pas homogène. En introduisant la notation complexe et l'expression du champ diffusé donnée aux équations 2.1 et 2.3, on obtient :

$$E_d(\vec{r}', t) = e^{i(\vec{k}_d \cdot \vec{r}' - \omega_0 t)} \int_V \frac{r_0}{|\vec{r}' - \vec{r}|} \mathcal{E}_P(\vec{r}) n(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k}_d \cdot \vec{r}} d^3\vec{r}, \quad (2.17)$$

$$E_{OL}(\vec{r}', t) = E_{OL}(\vec{r}') e^{-i(\omega_0 + \omega_{ac})t}, \quad (2.18)$$

et

$$\begin{aligned} i(t) = & \frac{e}{h\nu_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int_V \mathbb{R}e \left( i\lambda_0 \left\{ \frac{1}{i\lambda_0} \int_S \frac{\eta(\vec{r}')}{|\vec{r}' - \vec{r}|} \mathcal{E}_{OL}(\vec{r}') e^{-i\vec{k}_d \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} d^2\vec{r}' \right\} \right. \\ & \left. \times r_0 \mathcal{E}_P(\vec{r}) n(\vec{r}, t) e^{i\vec{k}_d \cdot \vec{r}} e^{-i\omega_{ac}t} \right) d^3\vec{r}. \end{aligned}$$

On reconnaît dans l'expression entre crochets le propagateur du champ d'amplitude  $\mathcal{E}_{OL}(\vec{r}')$  sur la surface du détecteur selon la théorie de la diffraction de Kirchoff-Sommerfeld [32]. Si on prend soin de focaliser le faisceau O.L. sur une portion de la surface du détecteur ayant un rendement quantique raisonnablement homogène, alors cette expression est égale, au coefficient  $\eta$  près, à l'amplitude complexe du faisceau O.L. en  $\vec{r}$  soit  $\mathcal{E}_{OL}(\vec{r}) e^{-i\vec{k}_d \cdot \vec{r}}$ ,  $\mathcal{E}_{OL}$  désignant l'amplitude réelle du champ. Dans ce cas, l'expression du courant s'écrit finalement :

$$i(t) = \frac{e\eta}{h\nu_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int_V \mathbb{R}e \left( i\lambda_0 r_0 \mathcal{E}_P(\vec{r}) \mathcal{E}_{OL}(\vec{r}) n(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k}_d \cdot \vec{r}} e^{-i\omega_{ac}t} \right) d^3\vec{r} \quad (2.19)$$

Grâce à l'équation 2.19, on peut affirmer que si les faisceaux sont focalisés sur une partie homogène de la surface du détecteur, le signal collecté provient de la lumière diffusée dans le volume correspondant au croisement des faisceaux O.L. et primaire, comme indiqué sur la Fig. 2.4.

Dans le cas contraire, outre une perte de signal, on observe les fluctuations dans un volume plus large, comme cela a été montré expérimentalement [33].

### III.3 Résolution spatiale du diagnostic

Nous avons montré que le courant de détection est proportionnel à la transformée de Fourier spatiale de la densité, calculée sur un volume de mesure fini. Cela entraîne naturellement une limitation de la résolution du spectre spatial. De plus, l'éclairement n'est pas uniforme dans ce volume de mesure. L'amplitude du champ

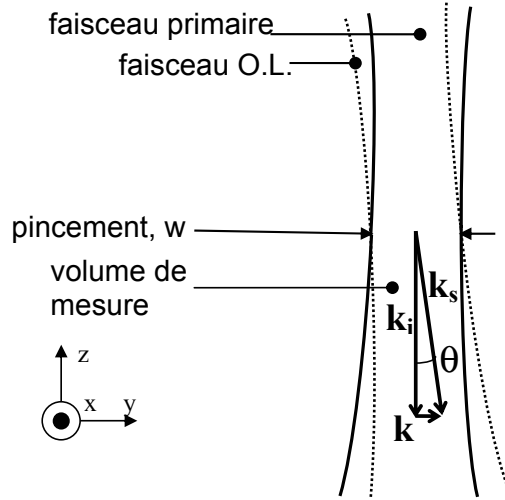


FIG. 2.4 – Le volume de mesure correspond au croisement des faisceaux O.L. et primaire. Dans le cas d’une diffusion vers l’avant d’un faisceau gaussien avec des angles très petits, le volume de mesure est un cylindre vertical indépendant de l’angle.

incident ne doit donc pas être mise en facteur, comme dans l’équation (2.3), car elle dépend de la position :  $\mathcal{E}_0(\vec{r})$ , comme nous l’avons vu à la section précédente où nous avons établi l’expression du courant de détection (Eq. 2.19).

On pose :

$$\mathcal{E}_{OL}^*(\vec{r})\mathcal{E}_P(\vec{r}) = \mathcal{E}_{Mol}\mathcal{E}_{Mp}U(\vec{r}),$$

où  $U(\vec{r})$  est la fonction poids des faisceaux,  $\mathcal{E}_{Mol}$  et  $\mathcal{E}_{Mp}$ , les amplitudes du champ électrique au centre des faisceaux OL et primaire respectivement.

Le profil de faisceau est gaussien dans les directions  $x$  et  $y$ . En travaillant avec un laser à  $CO_2$  pour étudier des structures de l’ordre du  $mm$ , les angles de diffusion sont très petits et la longueur du volume éclairé plus grande que celle de la machine. L’indétermination sur  $\vec{k}$  dans cette direction est donc négligeable. Il y a en revanche une largeur instrumentale dans les directions  $x$  et  $y$  qui dépend de la forme  $U(\vec{r})$ .

$$U(\vec{r}) = e^{-2\frac{x^2+y^2}{w_0^2}},$$

où  $w_0$  est la taille du pincement dans la zone de mesure. Le facteur 2 dans l’exponentielle vient de la définition de  $U(\vec{r})$  (III.3) qui est le produit du profil du champ électrique primaire par celui de l’OL. En reportant cela dans l’expression du courant il vient

$$i(t) = \frac{e\eta}{h\nu_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \lambda_0 r_0 \mathcal{E}_{Mp} \mathcal{E}_{Mol} \Re \left( i \frac{\pi}{2} w_0^2 e^{-\frac{w^2 k^2}{8}} \otimes \tilde{n}(\vec{k}, t) e^{-i\omega_{act}t} \right).$$

La transformée de Fourier spatiale de la densité est convoluée avec la transformée de Fourier de la fonction profil. Pour un faisceau avec un profil gaussien caractérisé par un pincement de taille  $w_0$ , l’indétermination sur  $\vec{k}$  dans le plan orthogonal au faisceau primaire est donc  $2/w_0$ .

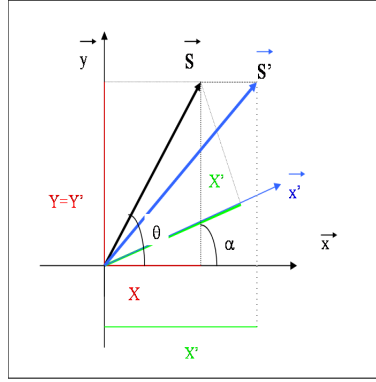


FIG. 2.5 – Effet d’une erreur de quadrature sur la mesure de la phase. Les notations utilisées sont les suivantes :  $\vec{S}$  est le vecteur représentant le signal  $Z$  originel dans le plan complexe;  $\vec{S}'$ , le signal  $Z'$  obtenu dans le cas où les deux voies ne sont pas en quadrature.

### III.4 Limites liées à l’électronique

L’un des intérêts du dispositif de détection superhétérodyne étant d’accéder à la phase du signal, il est nécessaire, pour que cette mesure soit valable, que les deux voies (sin et cos) soient rigoureusement identiques (à part bien entendu le déphaseur permettant d’obtenir la quadrature). Cela nécessite l’emploi de composants appairés en phase [5].

Nous évaluons ici l’effet d’un défaut de quadrature entre les voies cos et sin. Le déphasage entre les deux sinusoïdes à l’entrée des mélangeurs (cf. Fig. 2.2) est augmenté d’une phase  $\alpha$  (Fig. 2.5). Le signal détecté est supposé correct, mais il est projeté sur les axes  $X'$  et  $Y' = Y$  qui ne sont pas orthogonaux et non sur les axes  $X$  et  $Y$ . Or dans le traitement ultérieur du signal,  $X'$  et  $Y'$  sont considérés comme orthogonaux. On appelle  $\theta$  la phase réelle du signal (dans le système d’axe  $XY$ ).

Avec ces notations, le signal réel  $\vec{S}$  et le signal obtenu avec l’erreur de quadrature  $\vec{S}'$  s’écrivent :

$$\begin{aligned}\vec{S} &= X \vec{e}_x + Y \vec{e}_y = s \cos(\theta) \vec{e}_x + s \sin(\theta) \vec{e}_y \\ \vec{S}' &= X' \vec{e}_x + Y' \vec{e}_y = s \cos(\theta - \alpha) \vec{e}_x + s \sin(\theta) \vec{e}_y.\end{aligned}\tag{2.20}$$

Par construction,  $Y = Y'$ . Il reste à exprimer  $X$  en fonction de  $X'$ :

$$X = \frac{X' + Y \sin \alpha}{\cos \alpha}.\tag{2.21}$$

Il est possible de mesurer l’erreur de quadrature en envoyant une sinusoïde dans la chaîne de détection. Cette mesure est effectuée pour toutes les fréquences utiles. L’erreur de quadrature mesurée sur notre chaîne de détection n’était pas sensible. Nous n’avons donc procédé à aucune correction de ce type lors du traitement du signal.

## IV Le spectre spatial de la turbulence

Nous avons vu que le facteur de forme statique était directement accessible par l'analyse de la lumière diffusée, compte-tenu du profil des faisceaux. Cette mesure à différents vecteurs d'onde donne accès au spectre spatial de la turbulence et, ultimement, par sommation, au taux de fluctuation. Une mesure quantitative nécessite un étalonnage de la chaîne de mesure. Nous décrivons ici une méthode proposée par Holzhauer [29] pour obtenir le facteur de forme en unités absolues qui sera ensuite adaptée au cas d'une turbulence bi-dimensionnelle existant dans les plasmas magnétisés.

### IV.1 Rappel des définitions des facteurs de forme dynamique et statique

Nous rappelons ici les définitions (2.7) et (2.6). Le facteur de forme dynamique rend compte du spectre temporel :

$$S(\vec{k}, \omega) = \frac{\langle |\tilde{n}(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle}{n_0 V T}. \quad (2.22)$$

Le facteur de forme statique ne rend compte que du spectre spatial :

$$S(\vec{k}) = \frac{1}{2\pi} \int S(\vec{k}, \omega) d\omega. \quad (2.23)$$

### IV.2 Courant de détection et profil du faisceau

La puissance lumineuse déposée sur le récepteur est convertie en courant de détection. Nous en réécrivons l'expression (Eq. 2.19) obtenue à la section III.2.

$$i(t) = \frac{e\lambda_0^2}{h c} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} r_0 \eta \Re e \left[ i \int d^3 \vec{r} \mathcal{E}_p(\vec{r}) \mathcal{E}_{ol}(\vec{r}) e^{-i\Delta\omega t} n(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \right], \quad (2.24)$$

$\eta$  étant le rendement quantique du détecteur,  $e$ , la charge de l'électron,  $r_0$  le rayon classique de l'électron,  $c$ , la vitesse de la lumière,  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$ , respectivement la perméabilité électrique et magnétique du vide,  $\lambda_0$ , la longueur d'onde des deux faisceaux,  $\Delta\omega$ , le déplacement en fréquence de l'OL par rapport au primaire,  $\mathcal{E}_{lo}$  et  $\mathcal{E}_p$ , les amplitudes des champs des faisceaux primaire et OL, enfin  $V$  est le volume de mesure. On pose de même qu'à la section précédente

$$\mathcal{E}_{ol}^*(\vec{r}) \mathcal{E}_p(\vec{r}) = \mathcal{E}_{Mol} \mathcal{E}_{Mp} U(\vec{r}), \quad (2.25)$$

où  $U(\vec{r})$  est la fonction poids du faisceau,  $\mathcal{E}_{Mol}$  et  $\mathcal{E}_{Mp}$  les amplitudes du champ électrique au centre des faisceaux OL et primaire respectivement.

La transformée de Fourier temporelle du courant,

$$i(\omega) = \int i(t) e^{i\omega t} dt,$$

est donc composée de deux termes

$$i(\omega) = A \left[ \int d^3 \vec{r} U(\vec{r}) (e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} n(\vec{r}, \omega - \Delta\omega) - e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} n^*(\vec{r}, \omega + \Delta\omega)) \right], \quad (2.26)$$

avec

$$A = \frac{i}{2} \frac{\lambda_0^2 e}{hc} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \lambda_0 r_0 \eta \mathcal{E}_{Mp} \mathcal{E}_{Mol}.$$

La pulsation du battement entre le primaire et l'OL,  $\Delta\omega$ , est choisie très grande devant la largeur spectrale des fluctuations. Le terme  $n(\vec{r}, \omega + \Delta\omega)$  est donc négligeable pour  $\omega \sim \Delta\omega$  (on se trouve à cet endroit de la chaîne de détection au stade de la simple détection hétérodyne : le spectre temporel est centré sur  $\Delta\omega$ ). Calculons maintenant la densité spectrale du courant :

$$J(\omega) = \frac{\langle |i(\omega)|^2 \rangle}{T}, \quad (2.27)$$

avec  $T$ , la longueur des segments temporels sur lesquels on calcule la transformée de Fourier du signal.

$$\begin{aligned} |i(\omega)|^2 &= |A|^2 \left| \int d^3\vec{r} U(\vec{r}) n(\vec{r}, \omega - \Delta\omega) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \right|^2 \\ |i(\omega)|^2 &= \left| \frac{A}{8\pi^3} \right|^2 \left| \int d^3\vec{k}' W(\vec{k} - \vec{k}') \tilde{n}(\vec{k}', \omega - \Delta\omega) \right|^2, \end{aligned}$$

avec  $W(\vec{k})$  la transformée de Fourier de la fonction profil  $U$  (2.25) :

$$W(\vec{k}) = \int U(\vec{r}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{r}^3.$$

Le passage à la moyenne, en supposant que les différents modes spatiaux ne sont pas corrélés dans le milieu turbulent, permet d'aboutir à l'expression suivante :

$$\langle |i(\omega)|^2 \rangle = |A|^2 \frac{1}{8\pi^3 V} \int d^3\vec{k}' |W(\vec{k} - \vec{k}')|^2 |\tilde{n}(\vec{k}', \omega - \Delta\omega)|^2, \quad (2.28)$$

avec  $V$ , le volume de mesure.

Pour poursuivre le calcul, il nous faut préciser le profil du faisceau et faire des hypothèses sur le spectre spatial des fluctuations de densité. Le profil de faisceau est gaussien dans les directions  $x$  et  $y$ . Les angles de diffusion utilisés étant très petits, le volume ne dépend pas de l'angle et son extension verticale (selon  $z$ ) est plus grande que le plasma, dont la longueur hors tout est  $L_z$  (Fig. 2.4 ou 4.5). Cela induit une largeur instrumentale dans les directions  $x$  et  $y$ , comme nous l'avons déjà vu à la section III.3.

$$U(\vec{r}) = e^{-2\frac{x^2+y^2}{w^2}} \quad (2.29)$$

où  $w$  est la taille du pincement dans la zone de mesure. Le facteur 2 dans l'exponentielle vient de la définition de  $U(\vec{r})$  (2.25) qui est le produit du profil du champ électrique primaire et de l'OL.

Il convient maintenant de comparer la largeur instrumentale avec la largeur typique du spectre spatial des fluctuations. Nous examinerons deux cas.

### IV.3 Facteur de forme en unités absolues : cas d'une turbulence à trois dimensions

Nous entendons par turbulence à trois dimensions un état où le spectre des fluctuations a une largeur en  $k$  comparable dans toutes les directions de l'espace et que cette largeur est beaucoup plus grande que  $2/w$ , où  $w$  est la taille du faisceau au niveau de la zone de mesure. C'est dans ce cadre que les calculs de Holzhauer [29] ont été faits.

Cela revient à dire que dans le calcul de la convolution (2.28), on peut sommer sur toutes les valeurs de  $\vec{k}$  pour lesquelles  $W(\vec{k})$  a une valeur non négligeable sans que  $\tilde{n}(\vec{k}', \omega - \Delta\omega)$  ait varié sensiblement. On peut alors écrire :

$$\langle |i(\omega)|^2 \rangle = |A|^2 \frac{1}{8\pi^3 V} |\tilde{n}(\vec{k}, \omega - \Delta\omega)|^2 \int |W(\vec{k})|^2 d^3 \vec{k}$$

$$\langle |i(\omega)|^2 \rangle = |A|^2 \frac{1}{V} |\tilde{n}(\vec{k}, \omega - \Delta\omega)|^2 \int |U(\vec{r})|^2 d^3 \vec{r}$$

et finalement,

$$\langle |i(\omega)|^2 \rangle = |A|^2 \frac{\pi L_z w^2}{4V} |\tilde{n}(\vec{k}, \omega - \Delta\omega)|^2.$$

Il ne reste plus qu'à exprimer la densité spectrale en introduisant le facteur de forme dynamique (2.22):

$$J(\omega) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\eta e r_0 \lambda_0^2}{h c} \right)^2 P_p P_{ol} \frac{L_z}{w^2} n_0 S(\vec{k}, \omega - \Delta\omega), \quad (2.30)$$

où  $P_p$  et  $P_{ol}$  sont respectivement la puissance du faisceau primaire et celle de l'OL. Elles se déduisent de l'amplitude au centre du faisceau par la relation

$$P_i = \frac{\pi w^2}{4} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \mathcal{E}_{Mi}^2. \quad (2.31)$$

Plutôt que de mesurer tous les paramètres (et notamment les gains des amplificateurs et la puissance de l'OL), il est possible d'obtenir facilement le facteur de forme en unités absolues à partir des données expérimentales en comparant la densité spectrale de signal et celle du bruit, qui correspond essentiellement au bruit photonique. On peut mesurer, pour être plus précis, le niveau de bruit sans laser, pour repérer le niveau de bruit thermique, et le soustraire du bruit obtenu avec l'OL pour obtenir le bruit photonique. Comme l'expression du bruit photonique est connue, un simple rapport entre une intégrale du spectre temporel et ce niveau de bruit, multiplié par une quantité faisant intervenir les paramètres géométriques du diagnostic, le rendement quantique du détecteur, la puissance du faisceau primaire et la densité du plasma, permet de déterminer le facteur de forme.

La densité spectrale du bruit de photon s'écrit

$$J_{bp} = \eta \frac{e^2 P_{ol}}{\hbar \omega_0}.$$

Dans le cas d'une turbulence tri-dimensionnelle, on a alors

$$\frac{J(\omega)}{J_{bp}} = \frac{1}{\pi} \frac{\eta P_p}{\hbar \omega_0} \left( \frac{\lambda_0 r_0}{w} \right)^2 L_z \frac{<|\tilde{n}(\vec{k}, \omega - \Delta\omega)|^2>}{V T}.$$

On peut alors évaluer le facteur de forme statique (2.23) en unités absolues.

$$S(\vec{k}) = \frac{\hbar \omega_0}{2\eta P_p n_0 L_z} \left( \frac{w}{\lambda_0 r_0} \right)^2 \frac{\int J(\omega) d\omega}{J_{bp}}. \quad (2.32)$$

Le taux de fluctuation est relié au facteur de forme statique à trois dimensions de la façon suivante :

$$<\tilde{n}^2> = \frac{1}{8\pi^3 V} \int <|\tilde{n}(\vec{k})|^2> d\vec{k}^3 = n_0 \int \frac{d\vec{k}^3}{8\pi^3} S(\vec{k}). \quad (2.33)$$

#### IV.4 Cas d'une turbulence à deux dimensions

Ce cas est naturellement celui des plasmas magnétisés où il n'y a pas de fluctuations le long du champ magnétique, ou alors à des échelles bien plus grandes que celles accessibles par diffusion de la lumière. L'approximation faite plus haut en suivant [29] ne convient plus, puisque dans ce cas, c'est la fonction d'appareil qui est bien plus large que le spectre des fluctuations de densité dans la direction du champ magnétique.

On obtient à partir de (2.28) :

$$\begin{aligned} <|i(\omega)|^2> &= |A|^2 \frac{1}{8\pi^3 V} \int |W(\vec{k})|^2 \int |\tilde{n}(\vec{k}, \omega - \Delta\omega)|^2 dk_x \\ <|i(\omega)|^2> &= |A|^2 \frac{1}{2\pi V} w^2 \frac{\pi}{2} e^{-\frac{w^2 k_x^2}{4}} \int_{-L_z/2}^{L_z/2} dz \int dy e^{-4\frac{y^2}{w^2}} \\ &\quad \times \int <|\tilde{n}(\vec{k}, \omega - \Delta\omega)|^2> dk_x \\ <|i(\omega)|^2> &= |A|^2 \frac{\sqrt{\pi}}{8V} w^3 L_z e^{-\frac{w^2 k_x^2}{4}} \int <|\tilde{n}(\vec{k}, \omega - \Delta\omega)|^2> dk_x. \end{aligned}$$

On peut alors exprimer la densité spectrale du courant (Eq. 2.27) pour  $k_x = 0$ .

$$J(\omega) = \frac{1}{2\pi^{3/2}} \left( \frac{\eta e r_0 \lambda_0^2}{\hbar c} \right)^2 P_p P_{ol} \frac{L_z}{w} \frac{\int <|\tilde{n}(\vec{k}, \omega - \Delta\omega)|^2> dk_x}{V T}. \quad (2.34)$$

On obtient ainsi le facteur de forme intégré dans la direction  $x$ . Pour se ramener à une grandeur adimensionnée, nous définissons ici un facteur de forme à deux dimensions.

$$S_2(\vec{k}, \omega) = \frac{w}{2\sqrt{\pi}} \frac{\int <|\tilde{n}(\vec{k}, \omega)|^2> dk_x}{n_0 V T}, \quad (2.35)$$

le préfacteur étant choisi de façon à ce que  $S_2(\vec{k}, \omega)$  soit égal au rapport entre la densité spectrale du courant de détection obtenue avec un plasma magnétisé et celle obtenue avec un gaz parfait d'électrons, pour lequel le facteur de forme vaut 1. Cette grandeur ainsi définie n'est pas universelle, puisqu'elle dépend de la taille  $w$  des faisceaux. Mais elle permet de se placer dans une échelle communément employée pour évaluer le signal que l'on peut attendre d'un milieu dont on connaît la densité et le taux de fluctuation. Typiquement, avec un laser de 1 W, il faut un facteur de forme de  $10^6$  pour obtenir un rapport signal sur bruit supérieur à 1.

Le facteur de forme statique à deux dimensions se déduit alors des mesures expérimentales de la façon suivante :

$$S_2(\vec{k}) = \frac{\hbar\omega_0}{2\eta P_p n_0 L_z} \left(\frac{w}{\lambda_0 r_0}\right)^2 \frac{\int J(\omega) d\omega}{J_{bp}}. \quad (2.36)$$

Le taux de fluctuation s'exprime en fonction du facteur de forme statique à deux dimensions comme suit :

$$\langle \tilde{n}^2 \rangle = \frac{n_0}{8\pi^3} \frac{2\sqrt{\pi}}{w} \int dk_y dk_z S_2(\vec{k}). \quad (2.37)$$

$S_2$  étant proportionnel à  $w$ , l'expression du taux de fluctuation ne dépend pas du dispositif expérimental, comme on pouvait le souhaiter.

Il est théoriquement possible de calculer le taux de fluctuation à partir de  $S_2(\vec{k})$ . Cela nécessite de connaître le facteur de forme statique à toutes les échelles, jusqu'aux plus grandes. Cela permettrait de comparer ces mesures de fluctuations de densité par diffusion collective à des mesures ponctuelles plus classiques. A défaut de connaître  $S(\vec{k})$  à toutes les échelles, on peut estimer la part des échelles observées par diffusion collective dans les fluctuations totales, en mesurant par un autre moyen ce taux de fluctuation.

## V La dynamique de la turbulence

Nous avons vu dans la partie précédente que la diffusion collective de la lumière permet d'obtenir des informations quantitatives sur la structure spatiale de la turbulence. Comme la démodulation superhétérodyne permet d'obtenir de façon fine le spectre temporel de la lumière diffusée, ce diagnostic permet également d'obtenir des informations sur la dynamique de la turbulence. Nous allons montrer ici que la diffusion collective donne accès à la distribution du déplacement des particules fluides.

Nous avons montré (Eq. 2.5) que le signal, après démodulation superhétérodyne, était proportionnel à la transformée de Fourier spatiale de la densité, intégrée sur le volume de mesure,  $V$ .

$$s(t) \propto \int_V e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} n(\vec{r}, t) d^3r.$$



Afin d'interpréter le spectre temporel en terme de déplacement fluide, il est plus facile de calculer sa transformée de Fourier inverse, à savoir la fonction d'autocorrélation du signal :  $C(\tau) = \langle s(t)^* s(t + \tau) \rangle$ . La notation  $\langle \rangle$  signifie moyenne d'ensemble. Avec l'hypothèse ergodique, on peut réaliser expérimentalement cette moyenne d'ensemble en effectuant une moyenne temporelle sur un temps bien plus grand que le temps de corrélation du signal, comme expliqué au chapitre 5.

$$C(t | \tau) = A \langle \int_V e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} n(\vec{r}, t) d^3 r \int_V e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}'} n(\vec{r}', t + \tau) d^3 r' \rangle.$$

Nous supposons que le mouvement turbulent du plasma est essentiellement convectif, c'est-à-dire que les fluctuations spatiales sont convectées par des mouvements de matière impliquant des échelles bien plus grandes que celles observées ( $2\pi/k$ ). Il est alors possible de définir un élément de fluide. La raison justifiant une telle hypothèse sera exposée au chapitre 5. Soit un élément de fluide situé en  $\vec{r}$  à l'instant  $t$ . Suivons le dans son mouvement pendant  $dt$ . Son déplacement s'écrit :  $\vec{\Delta}(\vec{r}, t | \tau)$ . On pose  $\vec{r}'' = \vec{r}' - \vec{\Delta}(\vec{r}', \tau)$ . En négligeant la taille du déplacement devant la taille du volume de mesure, l'équation de conservation de la masse donne

$$n(\vec{r}', t + \tau) d^3 r' = n(\vec{r}'', t) d^3 r''.$$

On obtient alors

$$C(t | \tau) = A \langle \int_V e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} n(\vec{r}, t) d^3 r \int_V e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}'' - i \vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}'', \tau)} n(\vec{r}'', t) d^3 r'' \rangle. \quad (2.38)$$

Sans faire d'approximation supplémentaire, il est possible de calculer la fréquence centrale du spectre temporel. Celle-ci est principalement reliée à la vitesse moyenne du fluide,  $\vec{v}_a$ , dans le volume de mesure. On peut réécrire pour cela le déplacement comme étant la somme d'un déplacement moyen du fluide et d'un déplacement local par rapport au fluide :  $\vec{\Delta} = \vec{\delta} + \vec{v}_a t$ , la moyenne d'ensemble de  $\vec{\delta}$  étant par définition nulle. Nous avons alors

$$C(t | \tau) = A e^{-i \vec{k} \cdot \vec{v}_a \tau} \langle \tilde{n}^*(\vec{k}, t) \int_V e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}'' - i \vec{k} \cdot \vec{\delta}(\vec{r}'', \tau)} n(\vec{r}'', t) d^3 r'' \rangle. \quad (2.39)$$

La densité spectrale temporelle est la transformée de Fourier de  $C(\tau)$ . S'il existe une vitesse moyenne, le spectre qui serait obtenu dans le référentiel mobile est convolué avec le terme  $\delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}_a)$ , c'est-à-dire qu'il y a un décalage Doppler  $\Delta\omega_D = \vec{k} \cdot \vec{v}_a$ .

S'il existe dans le volume de mesure plusieurs régions non-corrélées entre elles [23] et présentant des vitesses moyennes significativement différentes,  $\vec{v}_j$ , les densités spectrales qui seraient obtenues en considérant ces régions indépendamment peuvent être simplement sommées pour calculer la densité spectrale constatée en observant l'ensemble. Celle-ci présente alors plusieurs raies spectrales dont les maxima sont situés en  $\omega_j = \vec{k} \cdot \vec{v}_j$ .

Un décalage en fréquence peut aussi être observé si la lumière diffuse sur un mode présentant une vitesse de phase,  $\vec{v}_\varphi$ . Il vaut alors  $\Delta\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}_\varphi$ .

L'information sur la turbulence est accessible en étudiant le profil du spectre temporel. La moyenne intervenant dans l'expression de la fonction d'autocorrélation (Eq. 2.38) agit sur un produit de trois fonctions aléatoires. Elle peut être effectuée avant l'intégration sur les variables d'espace.

$$\langle n \varphi n \rangle = \langle n(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\tau|\vec{r}'', t)} n(\vec{r}'', t) \rangle. \quad (2.40)$$

Chacune de ces fonctions aléatoires peut être scindée en une moyenne temporelle (stationnaire) et une partie fluctuante,

$$\begin{aligned} n(\vec{r}, t) &= n_0(\vec{r}) + n_1(\vec{r}, t) \\ e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\tau|\vec{r}'', t)} &= \varphi_0(\tau | \vec{k}, \vec{r}'') + \varphi_1(\tau | \vec{k}, \vec{r}'', t), \\ \text{où} \\ \varphi_0(\tau | \vec{k}, \vec{r}'') &= \langle e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\tau|\vec{r}'', t)} \rangle \end{aligned}$$

est la fonction caractéristique de la distribution des déplacements turbulents  $\vec{\Delta}$ , c'est-à-dire la transformée de Fourier de cette distribution, et  $\varphi_1$  est la partie fluctuante de  $\varphi$ ,

$$\varphi_1(\tau | \vec{k}, \vec{r}'', t) = e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\tau|\vec{r}'', t)} - \varphi_0(\tau | \vec{k}, \vec{r}'').$$

Quand on reporte ces développements dans l'équation 2.40 et que la moyenne est effectuée, on obtient une somme de cinq termes.

$$\begin{aligned} \langle n \varphi n \rangle &= n_0(\vec{r}) \varphi_0(\tau | \vec{k}, \vec{r}'') n_0(\vec{r}'') \\ &+ n_0(\vec{r}) \langle \varphi_1(\tau | \vec{k}, \vec{r}'', t) n_1(\vec{r}'', t) \rangle \\ &+ \varphi_0(\tau | \vec{k}, \vec{r}'') \langle n_1(\vec{r}, t) n_1(\vec{r}'', t) \rangle \\ &+ \langle n_1(\vec{r}, t) \varphi_1(\tau | \vec{k}, \vec{r}'', t) \rangle n_0(\vec{r}'') \\ &+ \langle n_1(\vec{r}, t) \varphi_1(\tau | \vec{k}, \vec{r}'', t) n_1(\vec{r}'', t) \rangle. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Pour obtenir à partir de là la fonction d'autocorrélation, une transformée de Fourier spatiale doit être effectuée sur chacun de ces cinq termes. La fonction moyennée  $n_0$  est presque uniforme (c'est le profil de densité : les échelles des inhomogénéités du profil sont grandes comparées à la longueur d'analyse,  $2\pi/k$ ). Sa transformée de Fourier, évaluée au vecteur d'analyse  $\vec{k}$  sera donc nulle. Cela permet d'annuler le premier terme de l'équation 2.41. Tous les autres termes de l'équation 2.41, hormis le troisième, disparaissent si le terme exponentiel,  $\varphi_1$ , et les fluctuations de densité,  $n_1$ , ne sont pas corrélés. Cela est le cas pour un mouvement convectif. Cela peut ne pas être vrai dans le cas d'une perturbation linéaire (une onde)<sup>2</sup>. Dans ces conditions, après les transformées de Fourier sur  $\vec{r}$  et  $\vec{r}''$ , le troisième terme donne (la dépendance avec  $t$  est implicite quand l'indice "1" est utilisé) :

---

2. Même dans ce cas, cependant, c'est la corrélation entre  $\vec{\Delta}$  et  $n_1$  qui est non nulle; comme il y a une relation non linéaire entre  $\vec{\Delta}$  et  $\varphi_1$ , cela n'implique pas une corrélation entre  $\varphi_1$  et  $n_1$ .

$$\begin{aligned}
& \int_V d^3r e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \int_V d^3r'' e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}''} \varphi_0(\tau | \vec{k}, \vec{r}'') \langle n_1(\vec{r}) n_1(\vec{r}'') \rangle \\
& = \int_V d^3r'' \varphi_0(\tau | \vec{k}, \vec{r}'') S_l(\vec{r}'', \vec{k}),
\end{aligned} \tag{2.42}$$

où  $S_l(\vec{r}'', \vec{k})$  est un facteur de forme local :

$$S_l(\vec{r}'', \vec{k}) = \int_V d^3\rho e^{-i\vec{k}\cdot\vec{\rho}} \langle n_1(\vec{r}'' + \vec{\rho}) n_1(\vec{r}'') \rangle. \tag{2.43}$$

Alors, la fonction d'autocorrélation temporelle du signal s'écrit

$$C(\tau) = A_1 \int d^3r \langle e^{-i\vec{k}\cdot\vec{\Delta}(\tau|\vec{r},t)} \rangle S_l(\vec{r}, \vec{k}). \tag{2.44}$$

Si la turbulence n'est pas uniforme, la fonction d'autocorrélation du signal (Eq. 2.44) est la moyenne spatiale de la fonction caractéristique du déplacement, pondérée par le facteur de forme local (2.43).

Si nous supposons que la turbulence est uniforme, alors

$$C(\tau) = A_1 n_0 V S(\vec{k}) \langle e^{-i\vec{k}\cdot\vec{\Delta}(\tau)} \rangle, \tag{2.45}$$

où  $S(\vec{k})$  est le facteur de forme statique

$$S(\vec{k}) = \frac{1}{n_0 V} \frac{1}{T} \int |\tilde{n}(\vec{k}, t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int S(\vec{k}, \omega) d\omega, \tag{2.46}$$

et où  $\langle e^{-i\vec{k}\cdot\vec{\Delta}(\tau)} \rangle$  est la fonction caractéristique du déplacement turbulent, c'est-à-dire la moyenne d'ensemble de  $e^{-i\vec{k}\cdot\vec{\Delta}}$  et donc la transformée de Fourier de la distribution des déplacements turbulents,  $P(\vec{\Delta} | \tau)$ .

$$\langle e^{-i\vec{k}\cdot\vec{\Delta}(\tau)} \rangle = \int d^3\Delta P(\vec{\Delta} | \tau) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{\Delta}(\tau)}. \tag{2.47}$$

L'hypothèse selon laquelle  $n_1$  et  $\varphi_1$  ne sont pas corrélés est fondée sur des arguments théoriques plus solides lorsqu'on considère une turbulence dans un gaz. En effet, dans les gaz, il existe trois modes : les modes d'entropie (ou de température), les ondes sonores et les modes de vorticité. Chu et Kov  sznay [34] ou encore Monin et Yaglom [35] ont mis en évidence pour chacun de ces modes les couplages forts entre les différentes variables eulériennes. Les modes d'entropie couplent fluctuations de densité et de température, les ondes sonores couplent fluctuations de densité et de vitesse et les modes de vorticité, n'ayant pas de fluctuations de densité associées, ne sont pas visibles par diffusion collective de la lumière. Les ondes sonores (on note  $c_s$  leur vitesse dans le fluide) sont très facilement identifiables : sur la densité spectrale temporelle, elles ont, à un éventuel décalage Doppler près, une pulsation  $\pm k c_s$  alors

que le mode d'entropie a une vitesse de phase nulle, au même décalage Doppler près. Sauf cas extrême, le pic correspondant aux ondes sonores est très bien séparé de la partie du spectre correspondant au mode d'entropie. Le spectre obtenu par diffusion collective de la lumière sur un gaz turbulent, une fois les raies correspondant aux ondes sonores éliminées, est donc clairement un scalaire passif : le déplacement des particules fluides pendant un temps  $\tau$  et les fluctuations de densité associées au mode d'entropie sont statistiquement indépendants et donc non-corrélés. Le résultat (2.45) est donc clairement établi dans le cas d'un gaz turbulent. Dans les plasmas, quelques observations expérimentales supplémentaires sont nécessaires pour étayer cette hypothèse.

Dans ce chapitre, nous avons montré que la diffusion collective peut donner accès à la transformée de Fourier de la distribution des déplacements turbulents dans le volume de mesure. C'est une observation directe des propriétés statistiques du mouvement fluide qui devient alors accessible, une donnée expérimentale qui peut être directement rapportée à des modèles théoriques.



## Chapitre 3

### DE LA DIFFUSION INCOHÉRENTE À LA DIFFUSION COLLECTIVE



### 3. DE LA DIFFUSION INCOHÉRENTE À LA DIFFUSION COLLECTIVE

Au début du chapitre précédent, nous avons proposé de présenter la diffusion de la lumière "en revenant aux processus fondamentaux". Force est de constater que nous avons bien vite oublié les particules discrètes pour manipuler une densité moyennée de diffuseurs et un formalisme relevant de la mécanique des fluides. Cela lui a permis notamment de mesurer le coefficient de diffusion moléculaire et de trouver une valeur proche de celle tabulée.

Pourtant même dans ce domaine, A. Kharchenko [24] a montré que le caractère discret des diffuseurs dans les écoulements de gaz était sensible en observant des échelles, certes petites par rapport à l'échelle de l'écoulement, mais très grandes par rapport à l'échelle microscopique.

Or le libre parcours moyen des molécules d'un gaz est très petit devant toutes les échelles de la turbulence. La diffusion moléculaire a donc lieu sur une échelle de temps bien plus longue que celle de la convection turbulente. Si le mouvement propre des molécules est sensible par diffusion de la lumière, que dire dans le cas d'un plasma magnétisé? Ce sont, nous l'avons vu au chapitre 2, les électrons qui diffusent. Leur rayon de giration tient lieu de libre parcours moyen dans les deux directions perpendiculaires au champ magnétique. Mais le long de ce dernier, leur libre parcours moyen peut être très grand. Dans ToriX il est de l'ordre du mètre, soit la taille de la machine! Certes nous observons les fluctuations de densité dans une direction orthogonale au champ magnétique, mais le vecteur d'onde d'observation n'est pas défini parfaitement, à cause de la taille finie du volume de mesure. Une composante parallèle au champ magnétique du vecteur d'onde d'observation,  $k_{\parallel}$ , existe. On s'attendrait dès lors à un élargissement du spectre de l'ordre de  $k_{\parallel}v_{the}$  et à un élargissement réducteur des spectres temporels.

Comment justifier la théorie bâtie au chapitre précédent?

#### *I Diffusion incohérente dans un plasma sans champ magnétique*

La réponse à cette interrogation est une question d'échelle. Aux échelles très inférieures à la longueur de Debye, les positions des électrons ne sont pas corrélées entre elles ni aux autres particules. Il n'y a donc pas de modes collectifs couplant la position de la particule à un instant donné et sa vitesse au même instant. Afin de caractériser le signal de diffusion obtenu, calculons sa fonction d'autocorrélation. L'équation (2.2) nous donne l'expression du signal obtenu par diffusion sur un ensemble discret d'électrons :



$$s(t) = s_1 \sum_{j=1}^N e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}_j(t)}.$$

où  $s_1$  est le signal qu'on obtiendrait par diffusion sur une seule particule située à l'origine. Sa fonction d'autocorrélation s'écrit alors :

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \langle s^*(t) s(t + \tau) \rangle = s_1^2 \left\langle \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N e^{-i \vec{k} \cdot (\vec{r}_j(t + \tau) - \vec{r}_l(t))} \right\rangle, \\ C(\tau) &= s_1^2 \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N \langle e^{-i \vec{k} \cdot (\vec{r}_j(t) - \vec{r}_l(t))} e^{-i \vec{k} \cdot \Delta \vec{r}(\tau)} \rangle, \\ \Delta \vec{r}(\tau) &= \vec{r}_j(t + \tau) - \vec{r}_j(t). \end{aligned} \tag{3.1}$$

Comme à cette échelle les électrons ne sont pas corrélés, le déplacement  $\Delta \vec{r}(\tau)$  est indépendant de la position initiale. La moyenne peut donc être scindée en deux termes.

$$C(\tau) = s_1^2 \left\langle \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N e^{-i \vec{k} \cdot (\vec{r}_j(t) - \vec{r}_l(t))} \right\rangle \langle e^{-i \vec{k} \cdot \Delta \vec{r}} \rangle. \tag{3.2}$$

Puisque les positions des différentes particules ne sont pas corrélées et que le déplacement de chaque particule n'est pas corrélé à la position initiale de ces dernières,

$$C(\tau) = s_1^2 N \langle e^{-i \vec{k} \cdot \Delta \vec{r}} \rangle. \tag{3.3}$$

Aux petites échelles, les déplacements observés peuvent être assimilés à des déplacements rectilignes uniformes :  $\Delta \vec{r} = \vec{v}_j(t) \tau$  (les collisions sont rares, on les néglige ici). On a alors :

$$C(\tau) = s_1^2 N \langle e^{-i \vec{k} \cdot \vec{v} \tau} \rangle, \tag{3.4}$$

où  $\langle \rangle$  signifie moyenne d'ensemble. Ici cette moyenne est effectuée sur les vitesses des électrons. La fonction d'autocorrélation temporelle du signal se trouve donc être proportionnelle à la fonction caractéristique de la distribution des vitesses électroniques,  $f_e$ , c'est-à-dire la transformée de Fourier de celle-ci. Or la transformée de Fourier temporelle inverse de la fonction d'autocorrélation du signal de diffusion est la densité spectrale du signal.

$$S(\vec{k}, \omega) = \int dt C(t) e^{-i \omega t}. \tag{3.5}$$

Elle se superpose donc à la distribution en vitesse des particules à condition d'utiliser la relation Doppler faisant correspondre fréquence temporelle et vitesse :

$$\omega = \vec{k} \cdot \vec{v} : f_e(\vec{v} \cdot \frac{\vec{k}}{k}) = \frac{S(\vec{k}, \omega = \vec{k} \cdot \vec{v})}{\int S(\vec{k}, \omega) d\omega}. \tag{3.6}$$

L'intensité du signal diffusé est égale à  $C(0)$  (3.1) soit  $N s_1$ . Elle est égale à la simple somme des intensités diffusées par chaque particule indépendamment. Le facteur de forme statique (2.6) vaut 1. On parle de diffusion Thomson incohérente. Ce régime de diffusion est couramment utilisé dans tous les grands tokamaks pour mesurer la température électronique, la mesure de la largeur du spectre permettant d'accéder à une température via l'équation (3.6). Cette méthode de mesure a été d'une importance capitale dans l'histoire de la fusion. C'est elle qui permit en 1969 à trois scientifiques anglais, Peacock, Forest et Robinson [36], de vérifier les prétentions des scientifiques russes quant à leur capacité à chauffer la population électronique d'un plasma à une température de quelques  $KeV$  dans leur nouvelle machine, le tokamak T3.

## *II Diffusion cohérente*

Pour des échelles sondées plus grandes, au moins de l'ordre de la longueur de Debye, des effets collectifs apparaissent, qui changent les caractéristiques du signal diffusé et en particulier son spectre temporel. La prise en compte de ces interactions entre particules a conduit au tout début des années soixante à la théorie de la diffusion cohérente. Celle-ci permet d'expliquer les observations étonnantes faites avec les radars ionosphériques. Les premières observations de diffusion d'ondes électromagnétiques, avant le développement des lasers, furent des expériences de rétrodiffusion d'onde radar sur le plasma ionosphérique. Les scientifiques de l'époque attendaient des spectres temporels d'une largeur typique correspondant à la vitesse thermique électronique, soit plusieurs centaines de  $kHz$ . Cette largeur s'est révélée être cent fois plus faible [37]. L'explication de ce phénomène nécessite la prise en compte des interactions entre les électrons, qui sont les particules diffusantes dans un plasma, et les autres particules du plasma, ions et électrons [38, 39, 40]. Nous présentons ici une approche exposée par Hutchinson [41] et proposée dans les années soixante par Oberman et Montgomery, faisant appel au modèle de l'ion et de l'électron habillés, qui permet de rendre compte des interactions à deux particules.

Ce modèle consiste à décrire la diffusion de la lumière sur les fluctuations de densité induites par le simple mouvement thermique des particules (ions et électrons) qui induit une perturbation électrique. Ces fluctuations sont la réponse d'un plasma homogène, caractérisé par sa permittivité diélectrique  $\epsilon$  et en particulier par sa permittivité diélectrique électronique, puisque seuls les électrons diffusent significativement. Cette dernière est calculée en utilisant la théorie cinétique. Une image assez juste du modèle serait d'imaginer les particules du plasma (ions et électrons) habillés par les charges de polarisation dont elles provoquent l'apparition à leur passage. Les ions, individuellement, diffusent très peu, mais ce sont les électrons participant aux charges de polarisation induites par la présence et le mouvement des ions qui diffusent. Les électrons diffusent individuellement et, de plus, tout comme les ions, engendrent des charges de polarisations électroniques.

## II.1 Expression générale des fluctuations dans un plasma uniforme à l'équilibre

Comme nous l'avons montré au chapitre précédent (Eq. 2.2 et 2.5), le signal de diffusion est proportionnel à la transformée de Fourier spatiale des fluctuations de densité. La densité spectrale du signal est proportionnelle au facteur de forme dynamique (Eq. 2.7). Nous allons dériver ce dernier en calculant la densité de charge induite par le mouvement d'une particule test par rapport au plasma. On ne considère que la réponse électronique, puisque la diffusion est due essentiellement aux électrons. On suppose que la charge induite est établie suffisamment rapidement pour admettre que la vitesse de la particule test est constante à l'échelle de temps de cette réponse. On suppose par ailleurs que le milieu dans lequel évoluent les particules test est un plasma à l'équilibre, au moins localement. La densité de charges de polarisation induite par une distribution de charges test est reliée au vecteur polarisation :

$$Q_e(\vec{r}, t) = -\text{div } \vec{P}_e,$$

soit après transformée de Fourier spatiale :

$$\tilde{Q}_e(\vec{k}, \omega) = -i \vec{k} \cdot \vec{P}_e, \quad (3.7)$$

avec  $\vec{P}_e$ , le vecteur polarisation électronique. Il existe également un vecteur polarisation ionique,  $\vec{P}_i$ . Ces deux vecteurs permettent d'établir l'expression du vecteur déplacement électrique,  $\vec{D}$ .

$$\begin{aligned} \vec{P}_e &= \epsilon_0 \bar{\chi}_e \vec{E}, \\ \vec{P}_i &= \epsilon_0 \bar{\chi}_i \vec{E} \\ \vec{D} &= \epsilon_0 \bar{\epsilon} \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e + \vec{P}_i. \end{aligned} \quad (3.8)$$

On ne considère que le spectre basse fréquence. Dans cette gamme, les éventuelles ondes électromagnétiques associées auraient une longueur d'onde bien supérieure à la taille des plasmas observés. En outre, la force magnétique associée à ces ondes est négligeable devant la force électrique, dans le rapport de la vitesse thermique à la vitesse de la lumière dans le plasma. On se limite donc aux ondes électrostatiques :

$$\vec{E} = -i \vec{k} \varphi$$

On cherche la polarisation induite par une distribution de charges (considérées chacune comme une particule test) notée  $q(\vec{r}, t)$ . Cette dernière est la somme des distributions de plusieurs types de particules. On distingue les électrons, dont la densité de charge est notée  $\delta q_e$  de celles des ions.

$$\delta q(\vec{r}, t) = \delta q_e(\vec{r}, t) + \sum_{a \neq e} \delta q_a(\vec{r}, t).$$

La distribution de charge de l'espèce  $a$  s'écrit

$$\delta q_a(\vec{r}, t) = q_a \sum_n \delta(\vec{r} - \vec{r}_n(t)),$$

où  $q_a$  est la charge d'une particule d'espèce  $a$  et  $\vec{r}_n(t)$  est la position de la  $n^{\text{ème}}$  particule d'espèce  $a$ .

On appelle  $\delta\tilde{q}(\vec{k}, \omega)$  la transformée de Fourier spatiale et temporelle de la distribution totale de charges test. D'après ce qui précède, la charge de polarisation induite s'écrit :

$$\tilde{Q}_e(\vec{k}, \omega) = -i\vec{k} \cdot \vec{P}_e = -i\vec{k} \cdot \epsilon_0 \bar{\chi}_e \cdot \vec{E} = -\epsilon_0 \vec{k} \cdot \bar{\chi}_e \cdot \vec{k} \varphi. \quad (3.9)$$

Par ailleurs, le vecteur déplacement électrique est directement lié à la densité de charges test.

$$\text{div } \vec{D} = \delta q(\vec{r}, t).$$

soit après transformée de Fourier spatiale et temporelle :

$$\delta\tilde{q}(\vec{k}, \omega) = i\vec{k} \cdot \vec{D} = i\vec{k} \cdot \epsilon_0 \bar{\epsilon} \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \vec{k} \cdot \bar{\epsilon} \cdot \vec{k} \varphi$$

et donc

$$\varphi = -\frac{\delta\tilde{q}(\vec{k}, \omega)}{\vec{k} \cdot \epsilon_0 \bar{\epsilon} \cdot \vec{k}}$$

En substituant cette équation dans (3.9), on obtient

$$\tilde{Q}_e(\vec{k}, \omega) = -\frac{\vec{k} \cdot \bar{\chi}_e \cdot \vec{k}}{\vec{k} \cdot \bar{\epsilon} \cdot \vec{k}} \delta\tilde{q}(\vec{k}, \omega). \quad (3.10)$$

La fluctuation électronique totale (responsable de la diffusion) est la somme des fluctuations engendrées par le mouvement propre des électrons test et des fluctuations des charges de polarisation électroniques induites :

$$\tilde{N}_e(\vec{k}, \omega) = \frac{\delta\tilde{q}_e}{q_e} + \frac{\tilde{Q}_e}{q_e}.$$

Dans le cas des électrons habillés la particule test et la partie électronique des charges de polarisation diffusent; dans le cas des ions habillés, seule la partie électronique des charges de polarisation diffuse. On pose  $\delta\tilde{n}_a(\vec{r}, \omega)$ , la fluctuation de densité des charges tests de type  $a$ .

$$\delta\tilde{n}_a(\vec{k}, \omega) = \frac{\delta\tilde{q}_a(\vec{k}, \omega)}{q_a}.$$

On peut alors exprimer la fluctuation de densité électronique totale en fonction de la fluctuation de densité de chacune des populations de charges test. Les termes de fluctuations dus aux électrons sont séparés de ceux dus aux ions.

$$\tilde{N}_e(\vec{k}, \omega) = \left(1 - \frac{\vec{k} \cdot \bar{\chi}_e \cdot \vec{k}}{\vec{k} \cdot \bar{\epsilon} \cdot \vec{k}}\right) \delta\tilde{n}_e(\vec{k}, \omega) + \sum_{a \neq e} \left(-\frac{\vec{k} \cdot \bar{\chi}_e \cdot \vec{k}}{\vec{k} \cdot \bar{\epsilon} \cdot \vec{k}}\right) \frac{q_a}{q_e} \delta\tilde{n}_a(\vec{k}, \omega). \quad (3.11)$$

Pour calculer la moyenne quadratique de ces fluctuations, on peut supposer que les particules tests ne sont pas corrélées entre elles, les corrélations binaires ayant été prises en compte à travers le calcul de la réponse du plasma.

$$\langle \tilde{N}_e^2 \rangle_{\vec{k}} = \left| 1 - \frac{\vec{k} \cdot \bar{\chi}_e \cdot \vec{k}}{\vec{k} \cdot \bar{\epsilon} \cdot \vec{k}} \right|^2 \langle \delta \tilde{n}_e^2 \rangle + \sum_{a \neq e} \left| \frac{\vec{k} \cdot \bar{\chi}_e \cdot \vec{k}}{\vec{k} \cdot \bar{\epsilon} \cdot \vec{k}} \right|^2 \left( \frac{q_a}{q_e} \right)^2 \langle \delta \tilde{n}_a^2 \rangle. \quad (3.12)$$

L'obtention d'une expression analytique de cette quantité nécessite d'évaluer d'une part les termes excitateurs,  $\langle \delta \tilde{n}_a^2 \rangle$ , que sont les fluctuations associées au mouvement propre des particules tests et, d'autre part, la susceptibilité du milieu.

## II.2 Expression des fluctuations associées au mouvement propre des particules

On écrit la densité de Klimontovitch des particules test, leur mouvement dans le référentiel du plasma étant celui de particules chargées dans un champ magnétique uniforme. On calcule ensuite la transformée de Fourier spatiale et temporelle de celle-ci puis finalement sa densité spectrale. Dans cette partie, et dans cette partie seulement, on définira l'axe  $z$  comme étant l'axe du champ magnétique. Le vecteur d'onde se décompose en deux composantes, l'une parallèle à l'axe ( $k_{\parallel}$ ), l'autre orthogonale ( $k_{\perp}$ ). Sans perte de généralité, on prendra cette dernière suivant l'axe ( $Ox$ ).

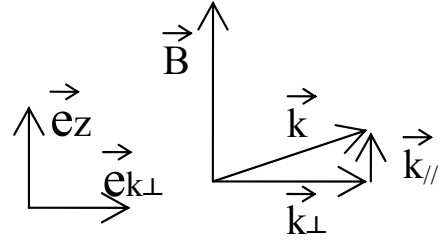


FIG. 3.1 – L'axe ( $Oz$ ) est celui du champ magnétique uniforme.

$$q_a(\vec{r}, t) = \sum_n q_a \delta(\vec{r} - \vec{r}_n(t)),$$

avec

$$\vec{r}_n(t) = \vec{r}_{0n} + v_{n\parallel} t \vec{e}_z + \rho_{c,n} (\sin(\omega_c t + \varphi) \vec{e}_{k\perp} + \cos(\omega_c t + \varphi) \vec{e}_z \wedge \vec{e}_{k\perp});$$

alors

$$\delta \tilde{n}_a(\vec{k}, \omega) = \sum_n \sum_{j=-\infty}^{+\infty} J_j\left(\frac{k_{\perp} v_{n\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \delta(\omega - k_{\parallel} v_{n\parallel} - j\omega_c) e^{ij\varphi} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_{0n}}, \quad (3.13)$$

où  $J_l$  est la fonction de Bessel d'ordre  $j$ .

Pour calculer la densité spectrale, on doit prendre en compte le temps fini de la mesure,  $T: \delta^2(\omega) \rightarrow T/2\pi \delta(\omega)$ <sup>1</sup>. Par ailleurs, comme les particules test sont indépendantes, les termes croisés disparaissent quand on passe à la moyenne.

$$\langle \delta \tilde{n}_a^2 \rangle = \frac{T}{2\pi} \left\langle \sum_n \sum_{j=-\infty}^{+\infty} J_j^2\left(\frac{k_{\perp} v_{n\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \delta(\omega - k_{\parallel} v_{n\parallel} - j\omega_c) \right\rangle. \quad (3.14)$$

1. On trouvera une justification de cette équivalence dans l'appendice 1 de Ref. [54].

On se limitera au spectre basse fréquence ( $\omega \ll \omega_{ci}$ ). Le passage à la moyenne fait intervenir la distribution des vitesses.

$$\langle \delta \tilde{n}_a^2 \rangle = n_0 V \frac{T}{2\pi} \int dv_{\parallel} dv_{\perp} v_{\perp} g(v_{\perp}, v_{\parallel}) J_0^2\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \delta(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}), \quad (3.15)$$

avec  $g(v_{\perp}, v_{\parallel})$  la fonction de distribution en vitesse des particules  $a$ , intégrée sur tous les angles du plan perpendiculaire.

### II.3 Expression de la susceptibilité du milieu

Il s'agit maintenant de prendre un modèle de plasma pour calculer la réponse du milieu au mouvement de la particule test. On prendra un modèle cinétique de plasma uniforme et infini. On notera qu'il suffit d'évaluer le terme  $\vec{k} \cdot \vec{\chi} \cdot \vec{k}$  dans le cadre de l'approximation choisie : celle qui consiste à se limiter au spectre basse fréquence ( $\omega \ll \Omega_c$ ). On peut prendre sans perte de généralité  $\vec{k} = (k_{\perp}, 0, k_{\parallel})$ . On trouve dans le livre de Quémada [42] ou celui de Swanson [43] le calcul menant à l'expression suivante :

$$\chi_a = - \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi \omega_{p,a}^2}{n_{0,a} \omega^2} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\parallel} dv_{\perp} v_{\perp} (k_{\parallel} \partial_{v_{\parallel}} g_{0,a} + \frac{l \omega_{c,a}}{v_{\perp}} \partial_{v_{\perp}} g_{0,a}) \frac{\bar{S}_l}{k_{\parallel} v_{\parallel} + l \omega_{c,a} - \omega}$$

avec

$$\bar{S}_l = \begin{pmatrix} \frac{l^2 \omega_{c,a}^2}{k_{\perp}^2} J_l^2 & \frac{i l v_{\perp} \omega_{c,a}}{k_{\perp}} J_l J'_l & \frac{l v_{\parallel} \omega_{c,a}}{k_{\perp}} J_l^2 \\ -\frac{i l v_{\perp} \omega_{c,a}}{k_{\perp}} J_l J'_l & v_{\perp}^2 J_l'^2 & -i v_{\perp} v_{\parallel} J_l J'_l \\ \frac{l v_{\parallel} \omega_{c,a}}{k_{\perp}} J_l^2 & i v_{\perp} v_{\parallel} J_l J'_l & v_{\parallel}^2 J_l^2 \end{pmatrix}$$

Pour le calcul de l'intégrale, on assimile  $g_0$  à une maxwellienne. Si on se limite aux termes basses fréquences ( $l = 0$ ), on obtient

$$\vec{k} \cdot \vec{\chi}_a \cdot \vec{k} = - \frac{\omega_{p,a}^2 I_0(\mu_a) e^{-\mu_a}}{v_{th,a}^2} Z'(\xi_a), \quad (3.16)$$

où  $I_0$  est la fonction de Bessel modifiée de premier type d'ordre 0 (Fig. 3.2) et

$$\mu_a = \frac{k_{\perp}^2 v_{th,a}^2}{\omega_{c,a}^2} = k_{\perp}^2 \rho_{c,a}^2, \quad \xi_a = \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{th,a}}, \quad v_{th,a} = \sqrt{\frac{2T}{m_a}} \quad \text{et} \quad \rho_{c,a} = \frac{v_{th,a}}{\omega_{c,a}}$$

et où  $Z'$  est la dérivée de la fonction de Fried et Conte (Fig. 3.3)

$$Z'(x) = -2 + 4x e^{-x^2} \int_0^x e^{y^2} dy - 2i \sqrt{\pi} x e^{-x^2}.$$

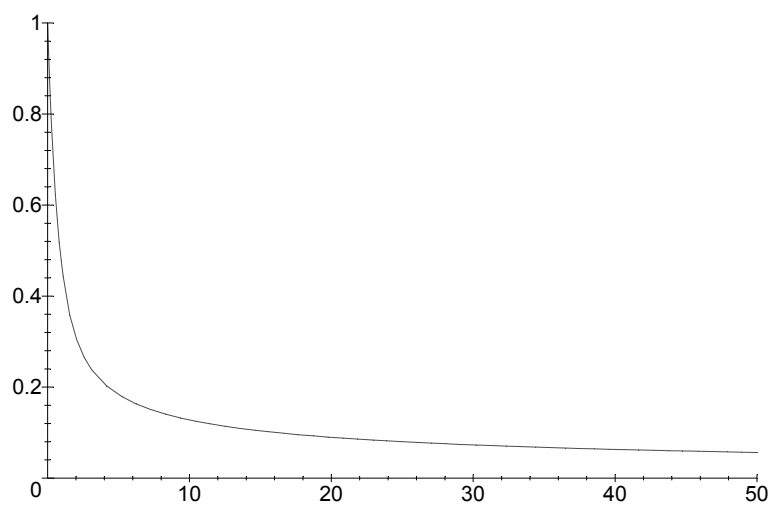


FIG. 3.2 – Représentation de la fonction  $x \rightarrow I_0(x)e^{-x}$ . Cette fonction est une fonction réelle.

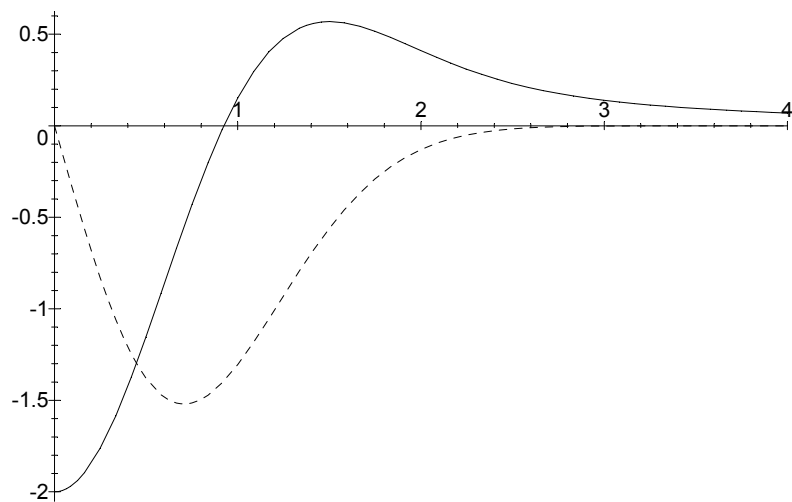


FIG. 3.3 – Fonction de Fried et Conte. La partie réelle est en trait plein, la partie imaginaire en trait discontinu.

## II.4 Spectre temporel de la diffusion cohérente

Maintenant que tous les termes de l'équation (3.12) ont été évalués (en se limitant à des fréquences basses devant la fréquence cyclotron), nous pouvons étudier le spectre temporel du signal obtenu par diffusion cohérente. Les valeurs des paramètres du plasma choisis dans le cadre de cette étude sont ceux de ToriX. C'est un plasma d'argon (nombre de masse = 40). Les ions ne sont ionisés qu'une fois.

Les échelles de longueurs du plasma de ToriX s'ordonnent comme suit :

$$\rho_{ci} \gg \lambda_D \gg \rho_{ce}, \quad (3.17)$$

$\lambda_D$  étant la longueur de Debye :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 T}{e^2 n_e}}.$$

Dans l'intégrale (3.15), la fonction de Bessel sera donc approximée par sa valeur en zéro pour les électrons, car leur rayon de Larmor est très petit par rapport aux échelles étudiées ici, plutôt de l'ordre du rayon de Larmor ionique. De même dans l'équation 3.16, le rayon de Larmor normalisé des électrons,  $\mu_e$ , sera considéré comme nul. Nous nous limitons par ailleurs à l'étude des très basses fréquences, qui correspondent à des modes de vitesse de phase petite par rapport à la vitesse thermique des électrons. Par conséquent,  $\xi_e$  sera également considéré comme nul. Enfin la possibilité d'avoir une température différente pour les électrons et les ions sera prise en compte (c'est le cas dans ToriX).

Pour une étude numérique, il est préférable d'adimensionner les variables. Les longueurs sont normalisées à la longueur de Debye, les pulsations à la pulsation plasma ionique.

On pose:

$$\begin{aligned} \kappa_a &= k_{\parallel} \lambda_D, \text{ la composante parallèle et} \\ \kappa_e &= k_{\perp} \lambda_D, \text{ la composante perpendiculaire du vecteur d'onde normalisé,} \\ \omega_c &= \omega_{c,i} / \omega_{p,i}, \text{ la pulsation cyclotron ionique normalisée,} \\ m &= \frac{m_i}{m_e}, \text{ le rapport des masses des ions et des électrons,} \\ \theta &= \frac{T_e}{T_i}, \text{ le rapport des températures électronique et ionique,} \\ v_{th,i} &= \sqrt{\frac{2}{t}}, \text{ la vitesse thermique ionique normalisée,} \\ v_{th,e} &= \sqrt{2m}, \text{ la vitesse thermique électronique normalisée,} \\ \omega_p &= \sqrt{m}, \text{ la pulsation plasma électronique normalisée,} \\ c_s &= 1 + \frac{1}{t}, \text{ la vitesse des ondes acoustiques-ioniques.} \end{aligned}$$

On a alors

$$\begin{aligned} \vec{k} \cdot \vec{\chi}_i \cdot \vec{k} &= -\frac{\theta}{2} I_0(\mu_i) e^{-\mu_i} Z'(\xi_i) \\ \mu_i &= \frac{\kappa_e^2}{\theta \omega_c^2} \quad \text{et} \quad \xi_i = \frac{\sqrt{\theta} \omega}{\sqrt{2} \kappa_a} \\ \vec{k} \cdot \vec{\chi}_e \cdot \vec{k} &= 1 \\ \vec{k} \cdot \vec{\epsilon} \cdot \vec{k} &= \kappa_e^2 + \kappa_a^2 + 1 + \vec{k} \cdot \vec{\chi}_i \cdot \vec{k}. \end{aligned}$$



Restent les termes  $\langle \delta \tilde{n}_i^2 \rangle$  et  $\langle \delta \tilde{n}_e^2 \rangle$  à évaluer en prenant une maxwellienne dans l'équation (3.15) comme fonction de distribution. Le terme électronique se calcule aisément, vu que le rayon de Larmor électronique est très petit devant la longueur d'onde observée. Il vient

$$\langle \delta \tilde{n}_e^2 \rangle = \frac{e^{-\frac{\omega^2}{2\kappa_a^2 m}}}{\sqrt{2\pi m \kappa_a}} \quad (3.18)$$

et

$$\langle \delta \tilde{n}_i^2 \rangle = \frac{e^{-\frac{\theta \omega^2}{2\kappa_a}}}{\sqrt{2\pi/\theta \kappa_a}} \int v_\perp dv_\perp \theta e^{-\frac{\theta v_\perp^2}{2}} J_0\left(\frac{\kappa_e v_\perp}{\omega_c}\right). \quad (3.19)$$

L'expression totale du spectre temporel des fluctuations (qui, nous l'avons vu au chapitre précédent, est proportionnel à celui du signal diffusé par ces dernières) s'obtient en rassemblant ces différents termes et en les reportant dans l'équation 3.12.

$$\begin{aligned} \langle \tilde{N}_e^2 \rangle_{\vec{K}} &= \left| 1 - \frac{\vec{k} \cdot \vec{\chi}_e \cdot \vec{k}}{\vec{k} \cdot \vec{\epsilon} \cdot \vec{k}} \right|^2 \frac{e^{-\frac{\omega^2}{2\kappa_a^2 m}}}{\sqrt{2\pi m \kappa_a}} \\ &+ \left| \frac{\vec{k} \cdot \vec{\chi}_e \cdot \vec{k}}{\vec{k} \cdot \vec{\epsilon} \cdot \vec{k}} \right|^2 \int v_\perp dv_\perp \theta e^{-\frac{\theta v_\perp^2}{2}} J_0\left(\frac{\kappa_e v_\perp}{\omega_c}\right) \frac{e^{-\frac{\theta \omega^2}{2\kappa_a}}}{\sqrt{2\pi/\theta \kappa_a}} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Les équations 3.18 et 3.19 montrent que le spectre temporel du signal diffusé est proportionnel à la fonction de distribution en vitesses parallèles au champ magnétique des électrons et des ions, moyennant la relation Doppler  $\omega = k_\parallel v_\parallel$ , pondérée par la réponse du plasma à la perturbation engendrée par chacune des classes de vitesse des particules (Eq. 3.20). Commentons plus en détail le spectre du signal diffusé (Eq. 3.20) à l'aide des spectres calculés numériquement avec le logiciel Maple (Fig. 3.4, 3.5 et 3.6).

Si  $k\lambda_D \gg 1$ , c'est-à-dire si on observe des échelles très petites devant la longueur de Debye, l'expression 3.20 se simplifie. En effet, d'après l'ordonnement des échelles de longueur (Eq. 3.17),  $\mu_i \gg 1$  et donc  $\vec{k} \cdot \vec{\chi}_i \cdot \vec{k} \approx 0$ . On voit alors que les termes correspondant aux charges de polarisation (celles dues aux ions comme celles dues aux électrons) sont en  $1/k^2 \lambda_D^2$  et donc négligeables. Les électrons du plasma diffusent sans corrélation avec d'autres électrons ni avec les ions. On retrouve le régime de diffusion incohérente. C'est ce que montre la figure 3.4 ( $k\lambda_D = 3$ ). Le spectre est une image de la fonction de distribution en vitesses des électrons selon la direction parallèle au champ magnétique. Il s'y superpose en prenant  $\omega = k_\parallel v_\parallel$  (courbe en haut à droite)<sup>2</sup>.

Si  $k\lambda_D$  est de l'ordre de 1 ou supérieur, les termes de couplage ne sont plus négligeables. C'est ce que l'on voit Fig. 3.4, en bas ( $k\lambda_D = 1$ ). Les effets de réponse cohérente seront principalement visibles à des fréquences correspondant à des modes

---

2. Dans des conditions expérimentales très strictes [44], on pourrait voir la résonance cyclotronique électronique et ses harmoniques dans le régime de diffusion incohérente. Hors de ces conditions très strictes, le calcul fait dans la section I s'applique tout à fait.

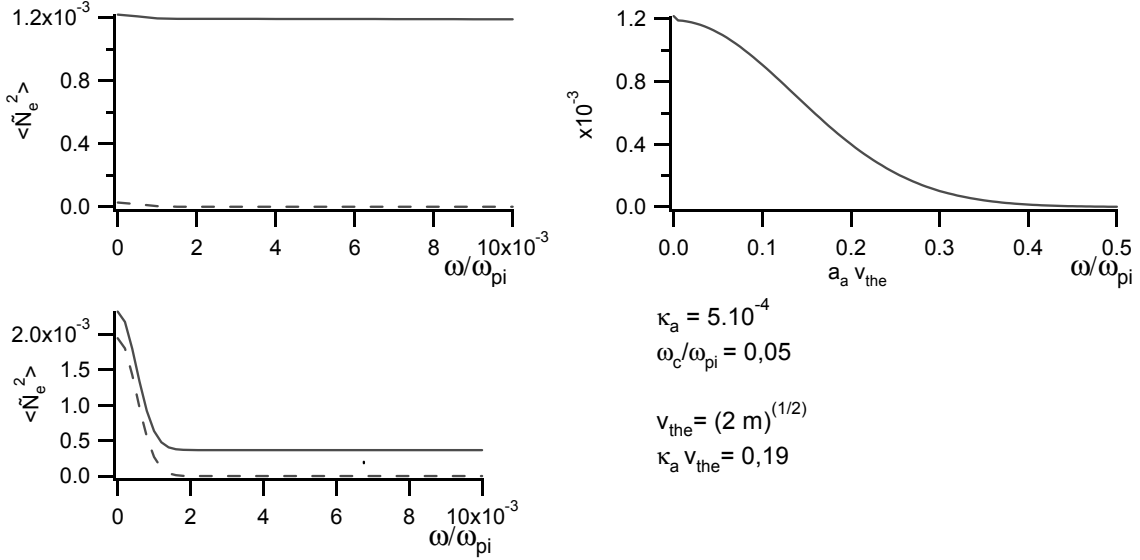


FIG. 3.4 – Transition d'un spectre de diffusion incohérente à un spectre de diffusion cohérente. Simulation de la partie très basse fréquence du spectre de diffusion ( $\omega \ll \omega_{ci}$ ) en régime incohérent et pour  $T_i = T_e$ .

- En haut,  $\kappa_e = k_{\perp} \lambda_D = 3$ . A gauche, on voit que le signal est dû au terme électronique : la contribution du terme ionique (en trait discontinu) est en effet négligeable. A droite, le spectre représenté sur une gamme de fréquences plus grande. Le spectre est très large, de l'ordre de  $k_{\parallel} v_{the}$ , avec des répliques possibles aux multiples de la fréquence cyclotronique électronique, dues aux termes négligés dans le calcul.

- En bas,  $\kappa_e = k_{\perp} \lambda_D = 1$ . Le terme ionique devient prépondérant aux très basses fréquences. Le terme électronique devient l'équivalent d'un bruit de fond. Pour les échelles supérieures à la longueur de Debye, la diffusion devient cohérente. Le spectre temporel est alors beaucoup plus étroit que la largeur Doppler électronique.

propres du plasma, excités par l'agitation des particules (ions ou électrons), car dans ces conditions les dénominateurs dans (3.12) s'annulent. L'effet sera d'autant plus grand que l'amortissement de ces modes est faible. A très basses fréquences il s'agira principalement des ondes acoustiques ioniques.

Nous avons tout d'abord regardé les spectres pour un vecteur d'onde quasiment perpendiculaire au champ magnétique. Cette configuration et les valeurs de  $k$  employées sont dans la gamme de celles rencontrées dans le cadre de nos expériences sur ToriX. Pour  $T_e = T_i$  (Fig. 3.5), on voit que les spectres ont une largeur de l'ordre de  $k_{\parallel} c_s$ ,  $c_s$  étant la vitesse des ondes acoustiques-ioniques qui, pour  $T_e = T_i$ , vaut  $v_{thi}$ . Le spectre de diffusion cohérente est dû aux charges de polarisation associées aux ions. En effet, dans cette gamme de vitesse, on trouve beaucoup d'ions, alors que les électrons se dispersent sur une gamme de vitesses beaucoup plus grande (de l'ordre de  $v_{the}$ ). Le spectre associé à leurs charges de polarisation est trop étalé et devient un bruit blanc peu intense. On explique ainsi le paradoxe des spectres étroits observé par Bowles. Par ailleurs le spectre du signal diffusé dépend peu de  $k_{\perp}$  ou de  $\omega_{ci}$ .

Pour  $T_e \gg T_i$  (Fig. 3.6, où  $\theta = T_e/T_i = 10$ ), les ondes acoustiques ioniques sont peu amorties par l'effet Landau, car il n'y a presque plus d'ions résonnants. En effet, dans ce cas,  $c_s$  est proche de  $\sqrt{T_e/m_i}$ . Ces ondes présentent donc une résonance aigüe, que l'on observe dans le spectre à des pulsations proches de  $k_{\parallel} c_s$ . Les ions résonnants étant trop peu nombreux pour exciter ces modes, il n'est pas surprenant de constater que dans ce cas, ce sont les charges de polarisation des électrons qui participent très majoritairement au spectre (Fig. 3.6, en bas). Pour  $\theta = T_e/T_i = 40$  (qui se rapproche du cas de ToriX), cet effet est encore amplifié. Là encore, la dépendance avec  $k_{\perp}$  et avec  $\omega_c = \omega_{c,i}/\omega_{p,i}$  est faible.

Un des intérêts majeurs de la diffusion cohérente est de pouvoir donner accès à la température ionique. En effet, la forme des spectres dépend du rapport des températures électronique et ionique et la largeur des spectres est liée fortement à  $T_i$  lorsque ce rapport est proche de 1. C'est pourquoi une équipe de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne [45] a réalisé ce diagnostic pour la première fois en tokamak. Le vecteur d'onde sondé ne doit pas être quasi-perpendiculaire au champ magnétique, comme nous l'avons vu précédemment. En effet la forme du spectre est sensible à  $k_{\parallel}$ . En diffusion quasi-perpendiculaire, ce paramètre est mal défini car la largeur finie du faisceau induit une indétermination sur le vecteur d'onde sondé, comme nous l'avons montré au chapitre précédent. Ces chercheurs ont regardé la lumière diffusée à 90 degrés de la direction incidente, soit un vecteur d'onde incliné à 45 degrés par rapport au champ magnétique. Nous avons représenté sur la figure 3.7 les spectres théoriques pour des vecteurs d'onde employés dans ces cas là, qui sont plus grands que ceux accessibles avec notre banc de diffusion.

### III Diffusion collective

La diffusion collective est un régime de diffusion de la lumière à des échelles très grandes devant la longueur de Debye. Dans la plupart des plasmas expérimentaux, des fluctuations turbulentes de densité s'ajoutent aux fluctuations engendrées par

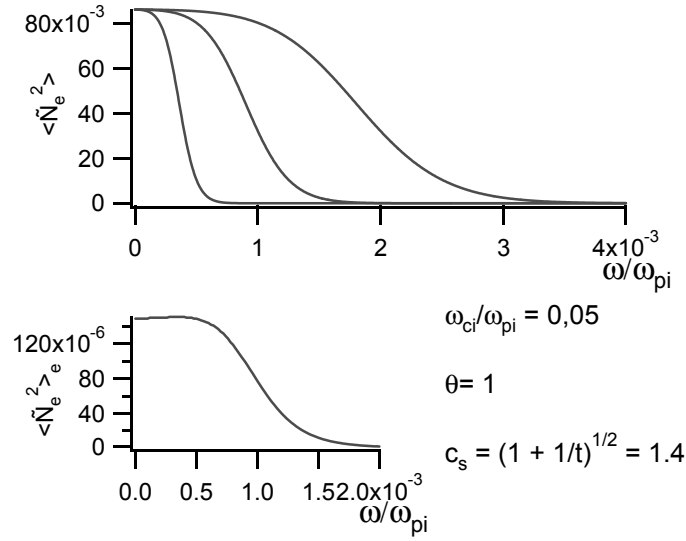


FIG. 3.5 – Spectres de diffusion cohérente.  $T_e/T_i = 1$ ,  $\kappa_e = k_{\perp}\lambda_D = 0,05$ . En haut, densité spectrale des fluctuations totales pour (de gauche à droite)  $\kappa_a = k_{\parallel}\lambda_D = 2.10^{-4}$ ,  $5.10^{-4}$  et  $10^{-3}$ . La largeur des spectres est de l'ordre de  $k_{\parallel}c_s$ . En bas, la contribution aux fluctuations due aux sources électroniques pour  $\kappa_a = 5.10^{-4}$ , beaucoup plus faible que la contribution ionique.

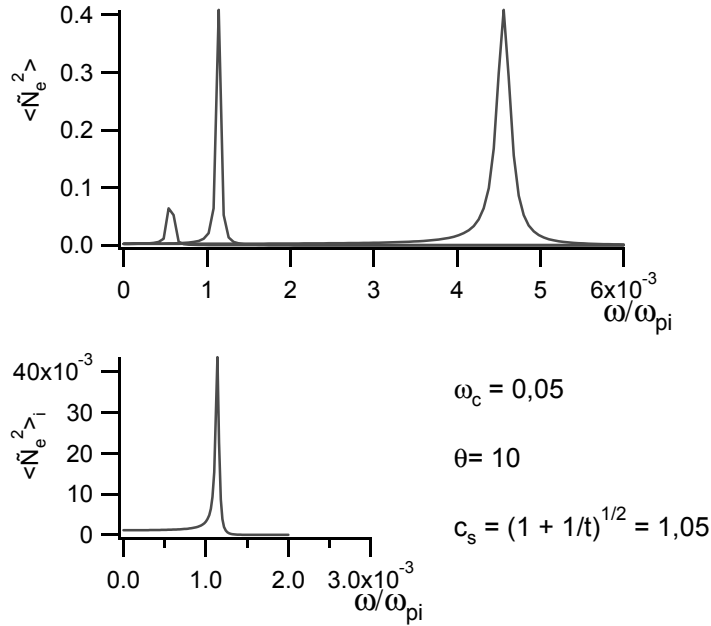


FIG. 3.6 – Spectres de diffusion cohérente.  $T_e/T_i = 10$ ,  $\kappa_e = k_{\perp}\lambda_D = 0,05$ . En haut, densité spectrale des fluctuations totales pour (de gauche à droite)  $\kappa_a = k_{\parallel}\lambda_D = 5.10^{-4}$ ,  $10^{-3}$  et  $4.10^{-3}$ . En bas, la contribution due aux sources ioniques pour  $\kappa_a = 10^{-3}$ , beaucoup plus faible que la contribution due aux sources électroniques. Les spectres sont centrés sur une pulsation proche de  $k_{\parallel}c_s$ . Cette fois ce sont les charges de polarisation suscitées par les électrons qui sont responsables des fluctuations cohérentes.

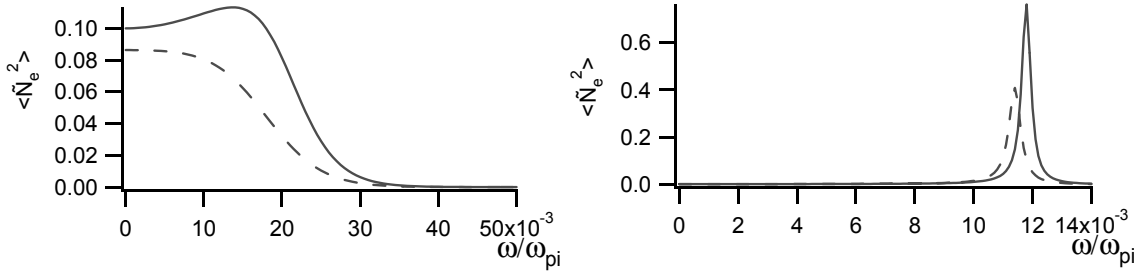


FIG. 3.7 – La diffusion cohérente comme mesure de  $T_i$ .

- A gauche,  $\omega_c = 0,05$  et  $T_e = T_i$ . En trait plein,  $\kappa_e = \kappa_a = 0,01$  (le vecteur d'onde d'analyse est à 45 degrés par rapport à  $\vec{B}$ ). En trait discontinu,  $\kappa_e = 0,05$  et  $\kappa_a = 0,01$ .
- A droite,  $\omega_c = 0,05$  et  $T_e = 10 T_i$ . En trait plein  $\kappa_e = 0,05$  et  $\kappa_a = 0,01$ ; en trait discontinu,  $\kappa_e = 0,05$  et  $\kappa_a = 0,001$ . On voit que l'influence de  $\kappa_e$  s'exerce essentiellement sur l'amplitude du signal et peu sur la position de la résonance.

les fluctuations thermiques des particules constituant le plasma. Ces fluctuations ont, aux grandes échelles, une amplitude bien plus grande que les précédentes au point de les masquer totalement. Contrairement aux deux autres régimes de diffusion où l'intensité totale diffusée (que l'on peut obtenir en sommant les fluctuations de densité  $\tilde{n}(\vec{k}, \omega)$  sur les fréquences temporelles) est proche de ou égale à la somme des intensités diffusées par chaque diffuseur individuel (le facteur de forme statique (Eq. 2.6) est proche de ou égal à 1), la diffusion collective concentre la lumière diffusée dans un angle solide restreint. Le facteur de forme statique, à savoir le rapport entre l'intensité totale détectée et celle que l'on obtiendrait en sommant les intensités diffusées par chaque particule indépendamment, peut être énorme : plusieurs millions de fois, parfois davantage encore<sup>3</sup>. On parle alors de diffusion cohérente exacerbée ou de diffusion collective.

Cette différence nette d'ordre de grandeur oblige à distinguer les deux régimes. Ainsi, si on écarte le vecteur d'onde de mesure de la direction orthogonale au champ magnétique, on ne distingue plus de signal : la turbulence en champ magnétique étant bidimensionnelle, le facteur de forme des fluctuations turbulentes est pratiquement localisé dans le plan orthogonal au champ magnétique. Pourtant la théorie de l'ion habillé assure la présence de fluctuations dans la direction parallèle au champ magnétique. Il faudrait, pour les voir, sonder le plasma avec un laser beaucoup plus puissant. Dans le régime de diffusion collective, l'effet des diffuseurs individuels est faible, comme nous le montrons dans la partie suivante, et l'approximation des milieux continus, faite en (2.3) et en (2.5), s'applique. La lumière diffuse sur des fluctuations d'indice optique, liées aux fluctuations de densité.

Il faut toutefois distinguer la diffusion collective de la réfraction. Cette dernière se produit en cas de multidiffusion des photons incidents. L'analyse de la lumière

3. Des résultats quantitatifs sont présentés au chapitre 5.

émergeant du milieu sondé est alors totalement différente [46] de celle présentée ici. Elle peut être aussi utilisée pour orienter convenablement l'onde électromagnétique par rapport au champ magnétique lors de sa propagation dans un milieu inhomogène. C'est le cas pour les ondes radar dans l'ionosphère ou pour les micro-ondes dans les tokamaks.

Sans aller jusqu'à un régime de réfraction, il est nécessaire, pour une interprétation directe de la mesure, que la lumière analysée provienne bien d'une diffusion unique dans la zone de mesure. La probabilité d'une collision entre un mode de densité et un photon lors de sa traversée du milieu doit être pour cela très faible. On peut le vérifier expérimentalement en s'assurant que la puissance diffusée est extrêmement faible devant la puissance incidente [47].

L'idée d'étudier la turbulence dans les fluides par diffusion de la lumière a été proposée dans les années 1960 par P. Gilles de Gennes [48] puis mise en oeuvre par J.C. Lelièvre et J. Picard [49]. Ces travaux ont été repris au LPTP, dans les plasmas [50] mais aussi avec une expérience de turbulence de jet de gaz. C'est toujours dans ce régime de diffusion que les expériences présentées dans cet ouvrage ont été réalisées.

## *IV Expression complète des fluctuations de densité : du microscopique au macroscopique*

### *IV.1 Exposé du problème*

Dans la partie II de ce chapitre, nous avons dérivé les fluctuations de densité induites par le mouvement thermique des particules, ions et électrons. Nous avons exprimé le terme source,  $\delta n_a(\vec{r}, t) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_n(t))$  et l'avons relié à la réponse du plasma,  $\tilde{N}_e$

Nous allons établir ici l'expression complète des fluctuations de densité en prenant à la fois en compte les fluctuations induites par l'agitation thermique des particules du plasma et les inhomogénéités stationnaires aux grandes échelles, liées au mouvement turbulent.

Ces dernières se produisent à des échelles de temps et de longueurs bien plus grandes que celles des mouvements thermiques; c'est pourquoi il est possible de séparer ces deux effets. Les fluctuations turbulentes induisent deux effets qu'il faudra ajouter au calcul des fluctuations de densité électronique fait pour un plasma à l'équilibre. D'une part on ne peut plus considérer que les particules tests ne sont pas corrélées entre elles : du fait de la structure spatiale de la turbulence, on ne peut plus supprimer les termes croisés de l'équation 3.14 lors du passage à la moyenne. Les vitesses thermiques des particules sont certes toujours indépendantes les unes des autres ainsi que de la position des particules, mais les positions à  $t = 0$ ,  $\vec{r}_0$  sont corrélées entre elles. D'autre part, en plus du mouvement thermique, décrit par l'expression de  $\vec{r}_n(t)$ , s'ajoute un déplacement turbulent  $\vec{\Delta}_n(\vec{r}_0, t)$ . Il y a à ce niveau une difficulté à traiter. Il ne s'agit pas de reprendre le calcul mené à la partie précédente en ajoutant simplement  $\vec{\Delta}_n(\vec{r}_0, t)$  à  $\vec{r}_n(t)$  car le déplacement turbulent n'est pas propre à une particule mais à un voisinage. Nous admettrons que ce

voisinage est plus grand que le volume occupé par les charges de polarisation électroniques engendrées par une particule chargée. Cela revient à dire que les échelles de la turbulence sont très grandes devant la longueur de Debye, ce qui est effectivement le cas<sup>4</sup>. Dès lors, le mouvement turbulent d'une particule test ne doit pas être considéré comme un terme excitateur de la réponse du plasma (Eq. 3.11), puisqu'il transporte la particule test avec l'ensemble du plasma qui l'entoure immédiatement. Seul le mouvement relatif de la particule test par rapport au plasma, à savoir le mouvement d'agitation thermique doit être pris en compte comme terme source. L'effet du mouvement turbulent doit être pris en compte à travers un changement de référentiel, permettant de passer du référentiel local accompagnant le mouvement global du voisinage de la particule test considérée, dans lequel est calculée la réponse du plasma à la perturbation électrique engendrée par l'agitation thermique des charges, au référentiel du laboratoire.

#### IV.2 Effet du changement de référentiel : du plasma au laboratoire

On note  $\vec{r}'$  le vecteur position dans le référentiel local du plasma. On note  $\tilde{N}'_{e,a}(\vec{r}', t)$  la fluctuation de densité électronique engendrée par l'agitation thermique des particules d'espèce  $a$ , vue dans le référentiel local du plasma. L'équation 3.11 donne la transformée de Fourier spatiale et temporelle de cette fonction.

$$\tilde{N}'_{e,a}(\vec{k}, \omega) = \hat{h}_a(\vec{k}, \omega) \delta \tilde{n}_a(\vec{k}, \omega),$$

où  $\hat{h}_a(\vec{k}, \omega)$  est la fonction réponse du plasma à une perturbation électrique initiée par une particule d'espèce  $a$ , exprimée dans l'espace de Fourier.

$$\hat{h}_a(\vec{k}, \omega) = \delta_{e,a} - \frac{q_a}{q_e} \frac{\vec{k} \cdot \vec{\chi}_e \cdot \vec{k}}{\vec{k} \cdot \vec{\epsilon} \cdot \vec{k}},$$

avec  $\delta_{e,a}$ , le symbole de Kronecker qui vaut 1 si la particule d'espèce  $a$  est un électron et 0 sinon. On suppose que les fluctuations turbulentes sont suffisamment faibles pour ne pas modifier sensiblement les propriétés électriques du plasma. On prendra donc, dans l'expression de  $\hat{h}_a$  les paramètres moyens du plasma.

On note  $\vec{r}$  le vecteur position dans le référentiel du laboratoire. On note  $\tilde{N}_{e,a}(\vec{r}, t)$ , la fluctuation de densité électronique engendrée par l'agitation thermique de l'espèce  $a$ , vue dans le référentiel du laboratoire. Le changement de référentiel se fait grâce à la relation entre  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$ :

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t),$$

où  $\vec{r}_{0n}$  est la position de la particule test  $n$  à l'instant  $t = 0$ , exprimée dans le référentiel du laboratoire, et  $\vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)$ , le déplacement du voisinage de la particule test pendant le temps  $t$ . Avec ce déplacement  $\vec{\Delta}$ , nous pouvons écrire la relation entre  $\tilde{N}_{e,a}$  et  $\tilde{N}'_{e,a}$ .

---

4. voir les résultats de mesures quantitatives au chapitre 5

$$\tilde{N}_{e,a}(\vec{r}, t) = \tilde{N}'_{e,a}(\vec{r} - \vec{\Delta}, t).$$

Calculons la transformée de Fourier spatiale (sur la variable  $\vec{r}$ ) de cette égalité,

$$\tilde{N}_{e,a}(\vec{k}, t) = \tilde{N}'_{e,a}(\vec{k}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)};$$

puis la transformée de Fourier temporelle.

$$\tilde{N}_{e,a}(\vec{k}, \omega) = \tilde{N}'_{e,a}(\vec{k}, \omega) \otimes_{\omega} \int dt e^{i\omega t} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)}, \quad (3.21)$$

où  $\otimes_{\omega}$  désigne un produit de convolution sur la variable  $\omega$ . On notera  $TF_{\omega}$  une transformée de Fourier temporelle. Ainsi,

$$\int dt e^{i\omega t} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)} = TF_{\omega}(e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)}).$$

Nous avons montré que dans l'espace de Fourier, le terme correspondant au mouvement turbulent est en convolution temporelle avec le spectre microscopique. Il s'agit maintenant, en repartant des équations 3.11 et 3.14, de calculer les fluctuations de densité totales, en prenant en compte à la fois le mouvement turbulent et l'agitation thermique.

#### IV.3 Expression complète des fluctuations de densité, microscopiques et macroscopiques

L'expression des fluctuations de densité liées au mouvement propre des particules d'espèce  $a$  s'écrit, dans la limite très basse fréquence (Eq. 3.13),

$$\delta\tilde{n}_a(\vec{k}, \omega) = \sum_n J_0\left(\frac{k_{\perp} v_{n\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \delta(\omega - k_{\parallel} v_{n\parallel}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_{0n}}.$$

Les équations 3.11 et 3.21 donnent

$$\tilde{N}_{e,a}(\vec{k}, \omega) = \sum_n \left[ \hat{h}(\vec{k}, \omega) \delta\tilde{n}_{a,n}(\vec{k}, \omega) \right] \otimes_{\omega} TF_{\omega} \left( e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)} \right)$$

A partir de cela, nous dérivons l'expression de la moyenne de la densité spectrale des fluctuations de densité totales

$$\begin{aligned} \langle |\tilde{N}_{e,a}(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle &= \left\langle \sum_n \sum_{n'} \left[ \hat{h}(\vec{k}, \omega) \delta\tilde{n}_{a,n}(\vec{k}, \omega) \right] \otimes_{\omega} TF_{\omega} \left( e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)} \right) \right. \\ &\quad \times \left. \left[ \hat{h}^*(\vec{k}, \omega) \delta\tilde{n}_{a,n'}^*(\vec{k}, \omega) \right] \otimes_{\omega} TF_{\omega}^* \left( e^{i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n'}, t)} \right) \right\rangle. \end{aligned}$$

Les vitesses d'agitation thermique de deux particules distinctes sont statistiquement indépendantes et nous admettrons en outre que la vitesse d'agitation thermique d'une particule est statistiquement indépendante de la position  $\vec{r}_0$  à  $t = 0$  et du déplacement turbulent ultérieur. Les distributions de probabilité de variables indépendantes sont donc scindées. Nous allons effectuer la moyenne d'ensemble sur



chacun des différents termes. Nous distinguerons le cas où  $n = n'$  (seules les distributions sur les variables de la particule  $n$  interviennent alors) du cas où  $n \neq n'$  (il faut effectuer une moyenne sur  $n$  et  $n'$  séparément).

Soit  $A_{n,n'}$  un terme de cette double somme.

$$A_{n,n'} = \langle \left[ \hat{h}(\vec{k}, \omega) \delta n_{a,n}(\vec{k}, \omega) \right] \otimes_{\omega} TF_{\omega} \left( e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)} \right) \\ \times \left[ \hat{h}^*(\vec{k}, \omega) \delta n_{a,n'}^*(\vec{k}, \omega) \right] \otimes_{\omega} TF_{\omega}^* \left( e^{i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n'}, t)} \right) \rangle.$$

Considérons tout d'abord le cas où  $n = n'$ . Remarquons tout d'abord que le terme de phase  $e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$  disparaît.

$$A_{n,n} = \langle \int dv_{n\perp} v_{n\perp} dv_{n\parallel} g(v_{n\perp}, v_{n\parallel}) J_0^2\left(\frac{k_{\perp} v_{n\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \\ \times \int \left[ \hat{h}(\vec{k}, \omega') \delta(\omega' - k_{\parallel} v_{n\parallel}) \right] TF_{\omega-\omega'} \left( e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)} \right) d\omega' \\ \times \int \left[ \hat{h}^*(\vec{k}, \omega'') \delta(\omega'' - k_{\parallel} v_{n\parallel}) \right] TF_{\omega-\omega''}^* \left( e^{i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)} \right) d\omega'' \rangle.$$

L'intégration sur  $v_{n\parallel}$  est nulle si  $\omega' \neq \omega''$ . Donc les deux produits de convolution fusionnent en un seul pour donner l'expression suivante.

$$A_{n,n} = T \langle \int dv_{n\perp} v_{n\perp} dv_{n\parallel} g(v_{n\perp}, v_{n\parallel}) J_0^2\left(\frac{k_{\perp} v_{n\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \\ \times \left[ |\hat{h}(\vec{k}, \omega)|^2 \delta(\omega - k_{\parallel} v_{n\parallel}) \right] \otimes_{\omega} \left| TF_{\omega} \left( e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)} \right) \right|^2 \rangle,$$

où  $T$ , comme à la section précédente, représente le temps fini de la mesure.

Dans un plasma à l'équilibre, ces termes sont les seuls non-nuls car les termes croisés disparaissent en raison de l'uniformité spatiale de la distribution des positions initiales,  $\vec{r}_0$ . Par ailleurs, le déplacement turbulent  $\vec{\Delta}$  est nul partout et la transformée de Fourier qui convolue le spectre microscopique est un Dirac de  $\omega$ . Nous retrouvons bien l'expression obtenue à la partie sur la diffusion cohérente. Nous discuterons de ce que deviennent les termes diagonaux dans le cas d'un plasma turbulent après avoir calculé les termes croisés.

Lorsque  $n \neq n'$ , il faut effectuer les moyennes séparément sur les variables de la particule  $n$  et sur les variables de la particule  $n'$ .

$$\begin{aligned}
A_{n,n'} = & \langle \int dv_{n\perp} v_{n\perp} dv_{n\parallel} g(v_{n\perp}, v_{n\parallel}) J_0\left(\frac{k_{\perp} v_{n\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \\
& \times \left[ \hat{h}(\vec{k}, \omega) \delta(\omega - k_{\parallel} v_{n\parallel}) \right] \otimes_{\omega} TF_{\omega} \left( e^{-i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_{0n}} \right) \\
& \times \int dv_{n'\perp} v_{n'\perp} dv_{n'\parallel} g(v_{n'\perp}, v_{n'\parallel}) J_0\left(\frac{k_{\perp} v_{n'\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \\
& \times \left[ \hat{h}^*(\vec{k}, \omega) \delta(\omega - k_{\parallel} v_{n'\parallel}) \right] \otimes_{\omega} TF_{\omega}^* \left( e^{i\vec{k} \cdot \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n'}, t)} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_{0n'}} \right) \rangle.
\end{aligned}$$

Les intégrales sur  $\vec{v}_n$  et  $\vec{v}_{n'}$  donneront le même résultat quel que soit le couple  $(n, n')$ . Les termes intégrés peuvent donc être mis en facteur de la double somme. Par ailleurs nous introduisons le vecteur  $\vec{r}_{vn} = \vec{r}_0 + \vec{\Delta}(\vec{r}_{0n}, t)$ , qui donne la position au temps  $t$  du voisinage de la particule test  $n$ , située initialement en  $\vec{r}_0$ . La double somme sur  $n$  et  $n'$  s'écrit alors

$$\begin{aligned}
\sum_n \sum_{n' \neq n} A_{n,n'} = & \langle \int dv_{\perp} v_{\perp} dv_{\parallel} g(v_{\perp}, v_{\parallel}) J_0\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \\
& \times \left[ \hat{h}(\vec{k}, \omega) \delta(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) \right] \otimes_{\omega} \sum_n TF_{\omega} \left( e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_{vn}} \right) \\
& \times \int dv'_{\perp} v'_{\perp} dv'_{\parallel} g(v'_{\perp}, v'_{\parallel}) J_0\left(\frac{k_{\perp} v'_{\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \\
& \times \left[ \hat{h}^*(\vec{k}, \omega) \delta(\omega - k_{\parallel} v'_{\parallel}) \right] \otimes_{\omega} \sum_n TF_{\omega}^* \left( e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_{vn'}(t)} \right) \rangle.
\end{aligned}$$

Le vecteur  $\vec{r}_{vn}$  étant commun à un voisinage, il est légitime de transformer la somme discrète en somme continue, en faisant intervenir la densité en particule d'espèce  $a$ ,  $n_a(\vec{r}, t)$

$$\begin{aligned}
\sum_n \sum_{n' \neq n} A_{n,n'} = & \langle \int dv_{\perp} v_{\perp} dv_{\parallel} g(v_{\perp}, v_{\parallel}) J_0\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \\
& \times \left[ \hat{h}(\vec{k}, \omega) \delta(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) \right] \otimes_{\omega} TF_{\omega} \left( \int n(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_{vn}} d^3\vec{r} \right) \\
& \times \int dv'_{\perp} v'_{\perp} dv'_{\parallel} g(v'_{\perp}, v'_{\parallel}) J_0\left(\frac{k_{\perp} v'_{\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \\
& \times \left[ \hat{h}^*(\vec{k}, \omega) \delta(\omega - k_{\parallel} v'_{\parallel}) \right] \otimes_{\omega} TF_{\omega}^* \left( \int n(\vec{r}, t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_{vn'}(t)} d^3\vec{r} \right) \rangle.
\end{aligned}$$

soit

$$\sum_n \sum_{n' \neq n} A_{n,n'} = \left\langle \left| \int dv_{\perp} v_{\perp} dv_{\parallel} g(v_{\perp}, v_{\parallel}) J_0\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{c,a}}\right) \right. \right. \\ \left. \left. \left[ \hat{h}(\vec{k}, \omega) \delta(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) \right] \otimes_{\omega} \tilde{n}(\vec{k}, \omega) \right|^2 \right\rangle \quad (3.22)$$

Nous avons donc montré que la densité spectrale était composée de deux types de termes.

$$\langle |\tilde{N}_{e,a}(\vec{k}, \omega)|^2 \rangle = \sum_n A_{n,n} + \sum_n \sum_{n' \neq n} A_{n,n'}. \quad (3.23)$$

Les termes diagonaux sont des termes d'intensité faible, car ils ne font pas intervenir le facteur de forme de la turbulence. Ils sont négligeables quand on regarde des échelles très grandes devant  $\lambda_D$ . Aux échelles de l'ordre de la longueur de Debye, où le facteur de forme de la turbulence est nul, ce sont ces termes qui sont responsables de la diffusion cohérente.

Les termes croisés sont les termes prépondérants aux grandes échelles, car ils font intervenir le facteur de forme de la turbulence. Ce sont eux qui décrivent la diffusion collective. L'équation 3.22 montre que la transformée de Fourier temporelle des fluctuations turbulentes observées avec un vecteur d'onde  $\vec{k}$  est convolué avec le spectre microscopique. D'après ce que nous avons établi à la section II, nous en concluons que cette convolution temporelle induit un élargissement de l'ordre de  $k_{\parallel} c_s$ ,  $c_s$  étant la vitesse acoustique ionique. L'équation 3.22 fait en revanche apparaître un produit des transformées de Fourier spatiales.

#### IV.4 Conséquences sur les mesures de diffusion collective dans un plasma magnétisé

L'expression complète des fluctuations de densité établie, nous allons maintenant pouvoir évaluer l'effet des fluctuations microscopiques sur le signal de diffusion collective, c'est-à-dire du signal obtenu quand on observe les grandes échelles. Nous examinerons l'effet du produit sur les variables d'espace puis celui de la convolution sur les variables temporelles.

Le produit de la transformée de Fourier spatiale des fluctuations turbulentes par la transformée de Fourier spatiale des fluctuations microscopiques n'induit pas d'effet sensible car le spectre spatial microscopique est bien plus large que le spectre spatial turbulent.

L'effet de la convolution temporelle nécessite un examen plus poussé. La turbulence dans un plasma magnétisé est bidimensionnelle. Le vecteur d'onde d'observation utilisé est donc toujours orthogonal au champ magnétique. Cependant, comme nous l'avons vu au chapitre 2, il existe une indétermination sur  $k_{\parallel}$  à cause de la taille finie du faisceau, qui vaut  $\Delta k_{\parallel} = 2/w$ ,  $w$  étant la taille du pincement du laser dans la

zone de mesure. A priori, le diagnostic de diffusion collective somme donc les contributions de tous les vecteurs d'onde dont la coordonnée  $k_{\parallel}$  a un module inférieur à  $\Delta k_{\parallel}$ . Mais la turbulence dans un plasma magnétisée est bi-dimensionnelle, la transformée de Fourier spatiale des fluctuations turbulente est donc proche d'un dirac en  $k_{\parallel}$ . Comme il n'y a pas de convolution sur les variables d'espace entre les transformées de Fourier microscopique et macroscopique, le caractère bi-dimensionnel de la turbulence annule les contributions des  $k_{\parallel}$  non nuls, à une largeur près qu'il reste à évaluer.

Dans un plasma infini et avec un champ magnétique uniforme, la transformée de Fourier spatiale des fluctuations turbulentes serait rigoureusement bi-dimensionnelle et l'effet de la convolution temporelle serait nul. Mais les lignes de champ magnétique dans un tore sont courbées et la machine se referme sur elle-même. Il apparaît donc une structure parallèle à une échelle de l'ordre de la taille de la machine. Sur un tore, le spectre spatial de la turbulence aura une largeur en  $k_{\parallel}$  de l'ordre de  $1/R$ ,  $R$  étant le grand rayon du tore. Nous nous attendons par conséquent à un élargissement (en pulsation) du spectre temporel de l'ordre de  $c_s/R$ . Il faudra vérifier a posteriori que les spectres temporels obtenus par diffusion collective sont bien plus larges que  $c_s/R$ , pour pouvoir les identifier aux spectres des fluctuations de densité turbulente.

#### IV.5 Conséquence sur les mesures de diffusion cohérente

Si les fluctuations microscopiques ont une influence sur le signal de diffusion collective, réciproquement, les fluctuations turbulentes sont susceptibles d'influer sur le signal de diffusion cohérente, c'est-à-dire le signal obtenu quand on observe des échelles de l'ordre de la longueur de Debye. A ces échelles, les termes croisés dans l'équation 3.23 sont nuls, car le spectre spatial de la turbulence est beaucoup plus étroit que le spectre spatial des fluctuations microscopiques. Cependant le déplacement turbulent intervient également dans l'expression des termes diagonaux (Eq. IV.3). Nous nous attendons à un élargissement du spectre temporel dû au mouvement turbulent de l'ordre de  $k_{\perp}\Delta v_t$ ,  $\Delta v_t$  étant la largeur de la distribution des vitesses turbulentes dans la zone de mesure. La largeur du spectre temporel des fluctuations microscopiques est lui de l'ordre de  $k_{\parallel}c_s$ . L'effet est en général négligeable, car les vitesses turbulentes sont en général petites devant la vitesse acoustique ionique. C'est le cas du moins dans les tokamaks<sup>5</sup>.

---

5. Pour un plasma d'hydrogène à  $1\text{ KeV}$ ,  $c_s = 5.10^5\text{ m/s}$ . Les vitesses poloïdales observées sont de l'ordre de  $10^3\text{ m/s}$



# Chapitre 4

## DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET PLASMA DE TORIX



## 4. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET PLASMA DE TORIX

### I *ToriX*

#### I.1 *La machine*

Toutes les expériences réalisées dans le cadre de ce travail de thèse l'ont été sur la machine *ToriX* du LPTP (Fig. 4.1). *ToriX* est, comme le suggère son nom, une machine torique, constituée d'une enceinte à vide en aluminium de grand rayon  $R = 0,6\text{ m}$ , de petit rayon  $a = 0,1\text{ m}$  et d'un système de bobines pour générer le champ magnétique.

L'enceinte à vide est pompée par un groupe primaire et secondaire qui fait descendre la pression, lorsque l'enceinte est fermée, jusqu'à  $10^{-6}\text{ torr}$  soit environ  $1,3 \cdot 10^{-4}\text{ Pa}$ . Pour fonctionner, l'enceinte est alimentée en argon par une microfuite réglable. La pression de neutres typiquement utilisée est de  $7 \cdot 10^{-4}\text{ torr}$  soit environ  $10^{-1}\text{ Pa}$ . On peut donc évaluer à 0,13 % le taux d'impuretés présentes dans l'enceinte, essentiellement de l'oxygène et de l'azote. La pression est mesurée en absence de champ magnétique par une jauge à ionisation. Elle est vérifiée régulièrement au cours des expériences pour s'assurer qu'elle est bien stable.

Le champ magnétique toroïdal, noté  $B_T$ , est produit par douze bobines en cuivre activement refroidies à l'eau, chacune composée de 6 galettes de 12 spires. L'intensité du champ peut atteindre  $0,36\text{ T}$ . *ToriX* n'est pas équipé pour créer un champ magnétique poloïdal, que ce soit par la génération d'un courant toroïdal, comme dans les tokamaks, ou par un système de bobines extérieur comme dans les stellérateurs ou les torsatrons. Cependant deux bobines supplémentaires permettent de créer un champ magnétique vertical, noté  $B_V$ , allant jusqu'à  $2,2\text{ mT}$ . Ce champ vertical permet, comme nous le verrons par la suite, de stabiliser le plasma.

Le plasma peut être créé de deux manières. Celle utilisée le plus souvent consiste à créer un plasma de décharge à l'aide d'un filament de tungstène chauffé à blanc et porté à un potentiel négatif par rapport à la terre. Dans nos expériences, ce potentiel était de  $-80\text{ V}$  et le courant circulant dans le filament pour le chauffer était réglé de façon à obtenir une valeur donnée du courant de décharge, typiquement  $0,5\text{ A}$ . Notre filament est monté de façon à former un cercle dans le plan orthogonal au champ magnétique. Son centre est placé au niveau du plan équatorial du tore.

Il est également possible de créer le plasma grâce à un klystron dont la fréquence est de  $10\text{ GHz}$ , proche de la résonance hybride haute du plasma d'argon pour une valeur de champ magnétique accessible. Cette méthode interdit de faire varier le



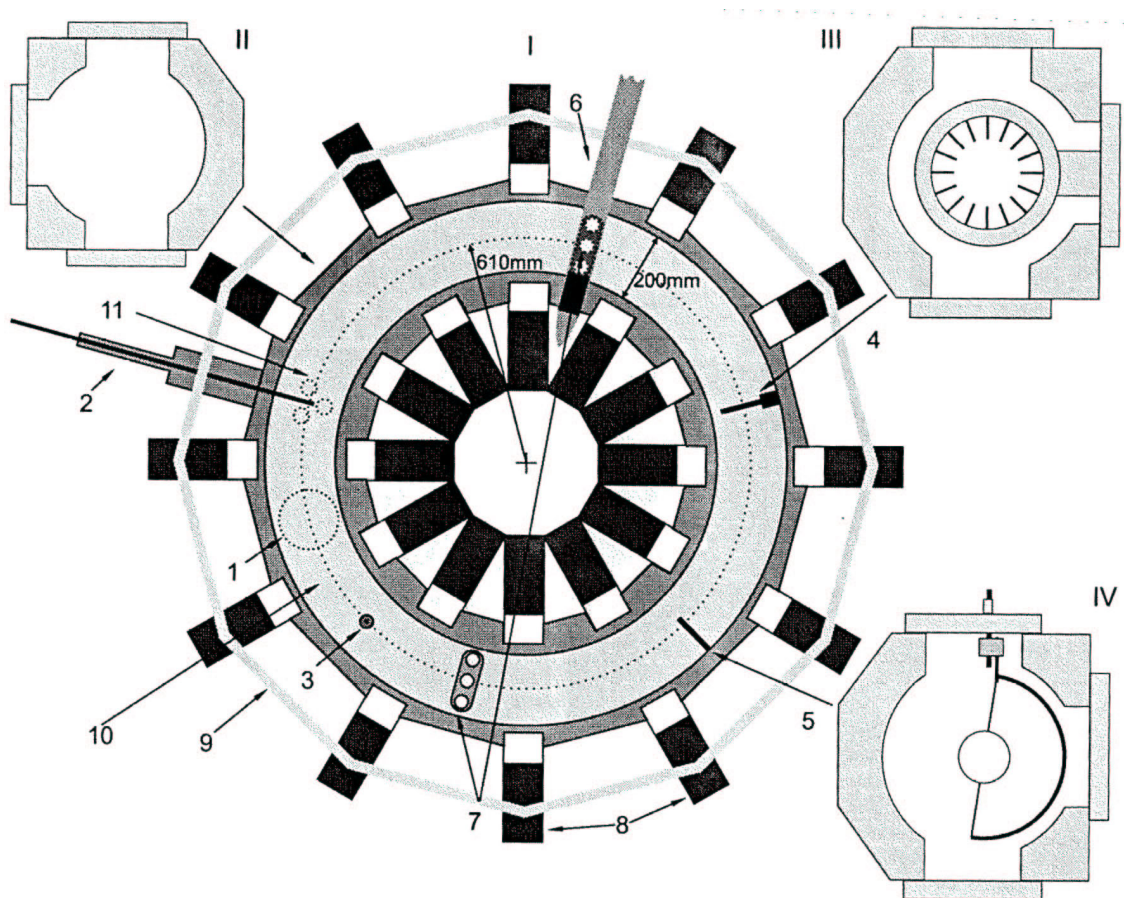


FIG. 4.1 – *ToriX vu de haut.*

1. grand hublot 2. sonde de Langmuir (sur un axe mobile horizontal)
  3. sonde de Langmuir (sur un axe mobile vertical)
  4. grappe de sondes
  5. filament circulaire de tungstène
  6. guide d'onde hyperfréquence
  7. hublots : par le hublot central passe le faisceau laser du diagnostic de diffusion collective
  8. bobines générant le champ magnétique toroïdal
  9. bobines générant le champ magnétique vertical
  10. chambre à plasma
  11. axe secondaire du tore.
- Image issue de la thèse de B. Tomchuk [5].

champ magnétique, car notre générateur de micro-ondes n'est pas accordable en fréquence.

## I.2 Ses diagnostics

Quelques diagnostics sont présents sur la machine, outre le diagnostic DFL3 de diffusion collective qui sera présenté à part. Tout d'abord il y a deux sondes de Langmuir cylindriques mobiles, une horizontalement, l'autre verticalement. Cette dernière, en mobdylène, est fixée à un déplacement motorisé, ce qui permet de quantifier sa position. Elle a les dimensions suivantes: longueur  $7,25\text{ mm}$  et diamètre  $0,22\text{ mm}$ . La première a les dimensions suivantes: longueur  $15\text{ mm}$ , diamètre  $0,5\text{ mm}$ ; c'est un simple câble coaxial dont on a dénudé l'âme à l'extrémité. Il y a encore une batterie de  $n$  sondes implantées tout autour de l'enceinte dans une petite section du tore. Dans tous les cas, vu les paramètres typiques du plasma de ToriX, il est légitime, d'après la théorie des sondes [51] d'exploiter les caractéristiques de sonde obtenues pour déterminer le potentiel plasma, la densité et la température électronique moyens.

## II DFL3

Le diagnostic de diffusion collective DFL3 (troisième version du densimètre de Fourier par laser) a été conçu de façon compacte comme ses deux prédécesseurs. Toute l'électronique de détection est la même que pour le banc DFL2 et se trouve décrite de façon exhaustive dans la thèse de B. Tomchuk [5]. Le principe du circuit de détection est donné au chapitre 2. La partie optique a été complètement revue. D'une part parce que le laser, défectueux, a été changé pour un autre présentant une bonne stabilité et une plus grande puissance, mais aussi une taille de faisceau en sortie différente. D'autre part parce que des améliorations ont été apportées pour augmenter l'intervalle de vecteurs d'onde accessibles. Seuls les télescopes, le détecteur et la lentille avant ce dernier, ainsi que la grande lentille avant les télescopes ont été conservés. Ce banc a été conçu en suivant la démarche adoptée pour construire ALTAIR, le diagnostic de diffusion collective du LPTP qui a été monté pendant plusieurs années sur le tokamak Tore Supra au CEA-Cadarache [52, 26].

### II.1 Rappel sur les faisceaux gaussiens

Le banc optique comprend un certain nombre de lentilles permettant de refocaliser le faisceau laser à des endroits bien précis. Le concevoir nécessite des notions élémentaires d'optique gaussienne, le faisceau laser étant un faisceau gaussien d'ordre  $(0,0)$ . La longueur d'onde du laser est par ailleurs  $\lambda$ .

Un faisceau gaussien d'ordre  $(0,0)$  est caractérisé par un axe de propagation, par la taille de son pincement,  $w_0$ , et par la position de ce dernier sur cet axe. A la position du pincement, les surfaces d'onde sont planes. On appelle rayon d'un faisceau la distance à l'axe où l'intensité lumineuse est égale à  $e^{-1}$  fois l'intensité sur l'axe. On note  $w(z)$ , le rayon d'un faisceau se propageant selon l'axe  $z$  et dont le pincement est en  $z = 0$ .

$$w(z) = w_0 \left(1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2\right)^{1/2} \quad (4.1)$$

Cette expression fait apparaître une longueur caractéristique,  $e_0$  appelée longueur d'éclatement :

$$e_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (4.2)$$

A une distance  $z$  du pincement très inférieure à  $e_0$ , l'onde peut être considérée comme plane. Dans le cas contraire, l'onde peut être considérée comme sphérique. A grande distance, la forme du faisceau tend vers celle d'un cône, dont l'axe est la direction principale de propagation et l'angle de divergence par rapport à l'axe (le demi-angle au sommet),  $\alpha$ , est tel que

$$\tan(\alpha) = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (4.3)$$

Le faisceau diverge d'autant plus que la longueur d'onde est grande et que le pincement est petit.

Si on place une lentille de focale  $f$  à une distance  $d$  en aval du pincement d'un faisceau gaussien de taille  $w_0$ , on obtient un pincement image de taille  $w'_0$  à une distance  $d'$  de la lentille. Les relations entre  $w'_0$  et  $d'$  d'une part et  $w_0$  et  $d$  d'autre part sont les suivantes :

$$\begin{aligned} d' - f &= (d - f) \frac{f^2}{(d-f)^2 + e_0^2} \\ w_0'^2 &= w_0^2 \frac{f^2}{(d-f)^2 + e_0^2} \end{aligned} \quad (4.4)$$

## II.2 Principe technique

Le principe du banc a déjà été évoqué au chapitre 2. Détaillons ici l'aspect technique des choses (Fig. 4.2, 4.3 et 4.4).

Le schéma de principe est présenté sur la figure 4.2. Après le laser, de longueur d'onde  $\lambda = 10,6 \mu m$ , une lentille permet de faire converger le faisceau au niveau du réseau acousto-optique (R.A.O.) créé dans un cristal. On doit en effet avoir un onde plane à ce niveau pour permettre un couplage bien défini entre l'onde primaire et l'onde acoustique présente dans le cristal. Le vecteur d'onde de l'onde primaire vérifie une relation d'addition avec le vecteur d'onde de l'onde acoustique<sup>1</sup> qui assure une interaction résonnante en créant l'onde électromagnétique d'ordre 1 du réseau<sup>2</sup>. Cette relation n'est vérifiée que pour une orientation bien précise du cristal. Après

---

1. La relation d'addition assure la conservation de l'énergie et de l'impulsion lors de la collision photon-phonon.

2. Si le réseau acousto-optique ne se situe pas au niveau d'un pincement, plusieurs relations d'addition peuvent être vérifiées simultanément et on peut obtenir plusieurs ordres du réseau.

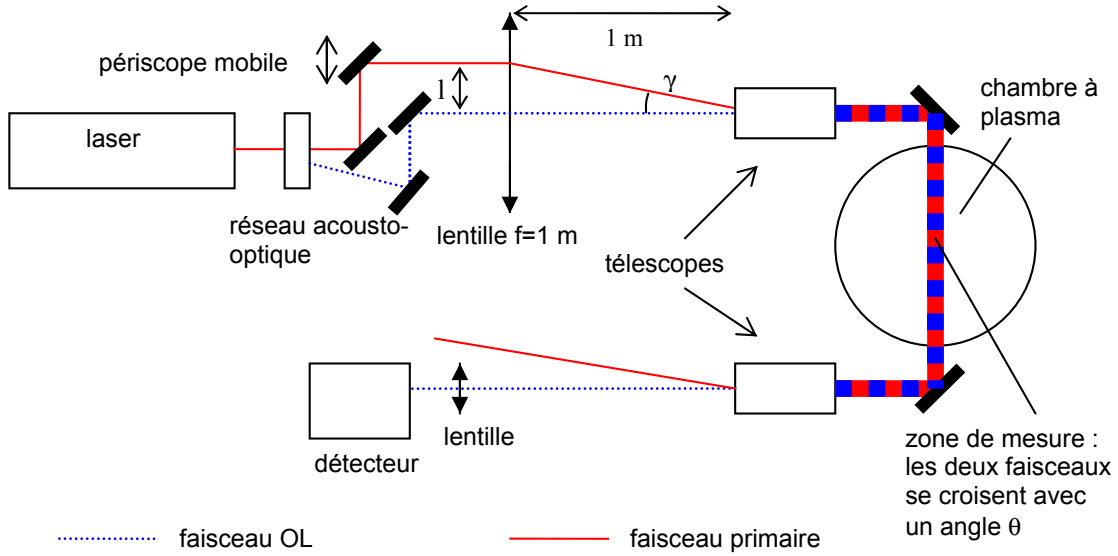


FIG. 4.2 – Implémentation du diagnostic DFL3 sur ToriX

le réseau, le faisceau primaire (l'ordre 0) se sépare de l'oscillateur local (OL, l'ordre 1). La fréquence de ce dernier est la somme de celle du primaire et de celle de l'onde acoustique,  $f_{ac}$ . Sur le banc DFL3,  $f_{ac} = 40 \text{ MHz}$ .

Les deux faisceaux vont suivre un chemin optique aussi symétrique que possible de façon à ce que la différence de marche introduite soit bien inférieure à la longueur de corrélation de la lumière laser (Fig. 4.3). Tandis que l'OL évolue à hauteur constante, le primaire passe dans un périscopie de hauteur réglable. Les deux faisceaux se rejoignent au niveau d'un miroir elliptique qui renvoie l'OL dans une direction parallèle au primaire, ce dernier étant alors au-dessus de l'OL à une distance  $l$  déterminée par le périscopie. L'OL passe ensuite au centre d'une lentille  $L_3$  de focale  $f = 1 \text{ m}$ , le primaire et l'OL convergent au foyer de la lentille avec un angle  $\gamma = l/f$  (Fig. 4.2). Au niveau du miroir elliptique se trouve un pincement de taille  $w_2$  qui va imposer une borne inférieure à  $l$ , les deux faisceaux ne pouvant naturellement pas se recouvrir à cet endroit.

Le pincement image de ce dernier par la lentille  $L_3$  est un objet virtuel pour la première lentille d'un télescope. Celui-ci permet de diviser par 10 l'angle entre les deux faisceaux et de multiplier la taille par un même facteur. Le pincement objet,  $w_4$  se trouve dans le tore (Fig. 4.5). Les faisceaux se croisent sur une longue distance (supérieure à la taille de la machine) avec un angle  $\theta = \gamma/10$ . La correspondance entre l'angle de diffusion et la distance entre les deux faisceaux avant la lentille  $L_3$  s'écrit  $\theta[\text{mrad}] = l[\text{cm}]/1 \text{ m}$ . Les deux faisceaux repassent ensuite dans un autre télescope en position réciproque du premier. Celui-ci va cette fois multiplier les angles par 10 et diviser la taille d'autant. Cette transformation permet de séparer l'OL, auquel se superpose la lumière diffusée avec un angle  $\theta$ , du faisceau primaire. L'OL et la lumière diffusée sont ensuite dirigés et focalisés sur un détecteur optique, une photodiode en  $\text{HgCdTi}$ , refroidie dans un Dewar à la température de l'azote liquide.

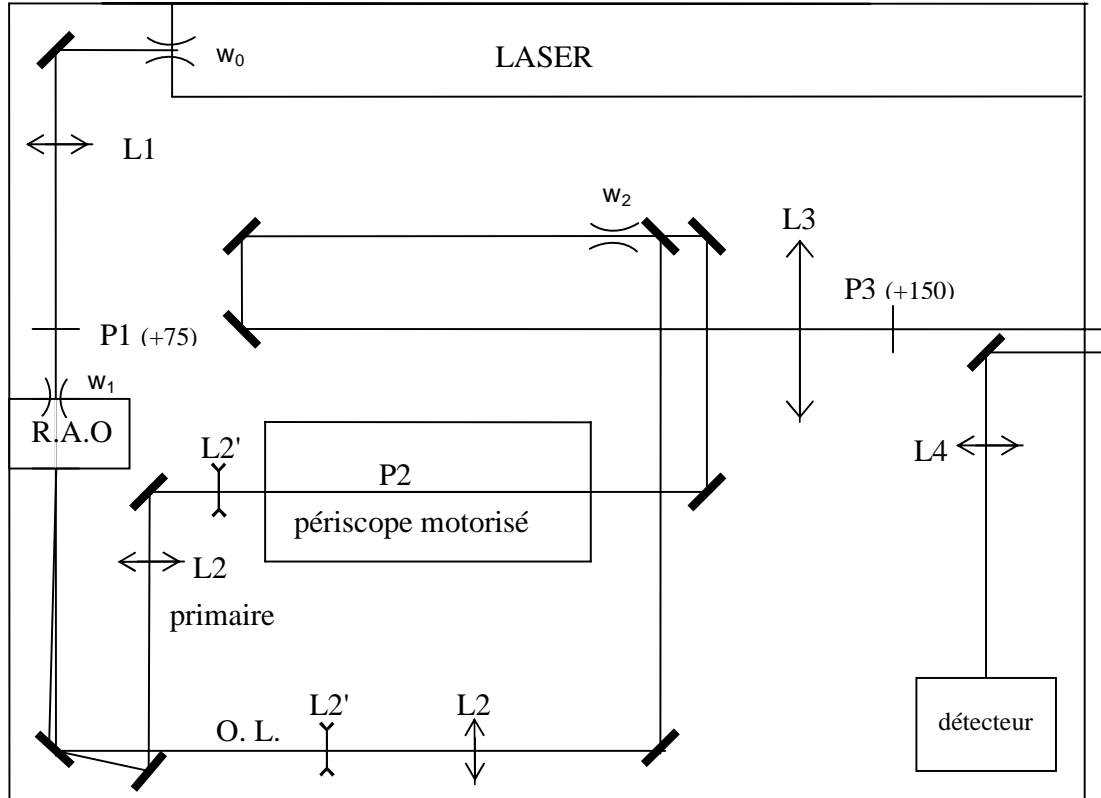


FIG. 4.3 – DFL3 : implantation optique. Les distances focales des lentilles  $L_1$ ,  $L_2'$ ,  $L_2$  et  $L_3$  sont les suivantes :  $f_1 = 635 \text{ mm}$ ,  $f_2' = -160 \text{ mm}$ ,  $f_2 = 254 \text{ mm}$  et  $f_3 = 1000 \text{ mm}$ . Les télescopes et le plasma se trouvent sur la droite. Le déplacement du périscopie motorisé s'effectue dans la direction verticale, perpendiculaire au plan de la table.

### II.3 Conception du banc

Nous cherchons à observer des fluctuations impliquant les propriétés macroscopiques du plasma. Il faut donc que le système de diffusion soit adapté pour observer des longueurs d'onde (de diffusion) comprises entre une valeur de l'ordre du rayon de Larmor ionique et une autre de l'ordre du petit rayon du plasma. Les longueurs d'onde les plus difficiles à atteindre sont les plus grandes car elles nécessitent de très petits angles. Ces petits angles requièrent à leur tour un grand diamètre des faisceaux, comme nous le verrons plus bas.

C'est la taille des hublots de l'enceinte à vide qui va limiter la taille de pincement dans le plasma. On estime que le diamètre des hublots doit être supérieur à quatre fois la taille du pincement dans l'enceinte. On dit parfois qu'il suffit d'un facteur 3,6, mais cet endroit étant jugé sensible, nous avons pris un peu plus de marge. Cette contrainte sur la taille dans l'enceinte va déterminer l'angle de divergence propre des faisceaux émergeant de l'enceinte. Cela fixe une limite inférieure à l'angle  $\theta$  : il ne peut être inférieur à l'angle de divergence propre des faisceaux (Eq. 4.3 ci-dessus) pour que ces derniers puissent être séparés à l'infini.

Le diamètre des hublots est de  $45\text{ mm}$ . Cela impose une taille  $w_4 = 11\text{ mm}$  à l'intérieur de l'enceinte et un angle minimum  $\theta_{\min} = 1,2\text{ mrad}$ , puisque la longueur d'onde du laser est  $10,6\text{ }\mu\text{m}$  (Eq. 4.3).

Comme il est impossible de séparer des faisceaux de taille  $w_4$  se croisant avec un angle plus petit que  $1,2\text{ mrad}$ , il est inutile de rapprocher les deux faisceaux au niveau du miroir elliptique à moins de  $1,2\text{ cm}$ . On détermine ainsi la taille du faisceau à cet endroit et on trouve  $3\text{ mm}$ . En remontant le trajet de la lumière, on trouve encore deux contraintes : la taille  $w_1$  dans le réseau acousto-optique, limitée par sa fenêtre d'entrée et la taille du laser,  $w_0$ . La première,  $w_1$  est ainsi fixée à  $1,5\text{ mm}$ . Nous avons mesuré la seconde :  $w_0 = 1,1\text{ mm}$ . Tout cela pris en compte, il faut définir les lentilles qui conviennent pour obtenir les pincements de la taille souhaitée au bon endroit. Le calcul des lentilles se fait en utilisant les formules de conjugaison des faisceaux gaussiens (Eq. 4.4). Les trajets optiques sont en outre limités par les dimensions du marbre du banc optique, qui mesure seulement  $62 \times 80\text{ cm}$ .

Pour observer les fluctuations du plasma, dont tous les modes spatiaux sont orthogonaux au champ magnétique, nous avons choisi d'orienter le vecteur d'onde  $\vec{k}$  selon l'axe  $y$  (Fig. 4.5). Dans toute la suite de l'exposé, on notera simplement  $k$  cette seule coordonnée non nulle du vecteur  $\vec{k}$ .

### II.4 Etalonnage du banc

La distance entre l'axe optique de la lentille  $L3$  et le faisceau primaire est fixée par la position du miroir du périscope mobile (Fig. 4.2). Cette distance est connue de façon relative grâce à l'indication de position du moteur pas-à-pas permettant de mouvoir ce miroir. La relation entre cette dernière et le vecteur d'onde  $\vec{k}$  effectivement sondé n'est donc pas immédiate. Il est difficile d'estimer la distance entre les

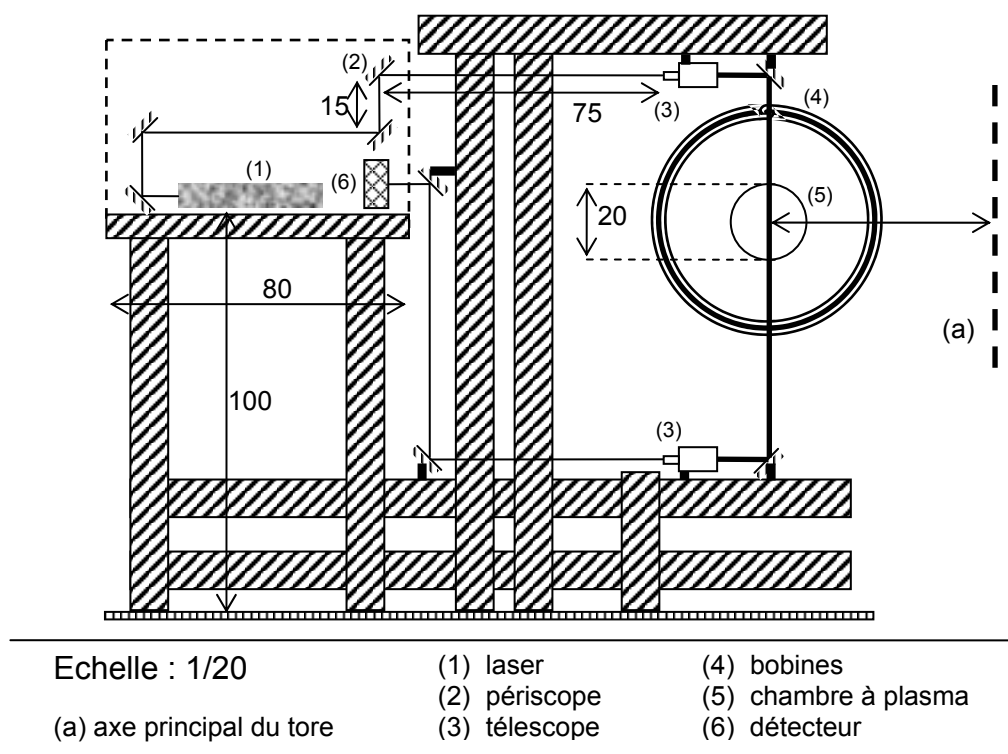


FIG. 4.4 – Implantation de DFL3 sur le tore.

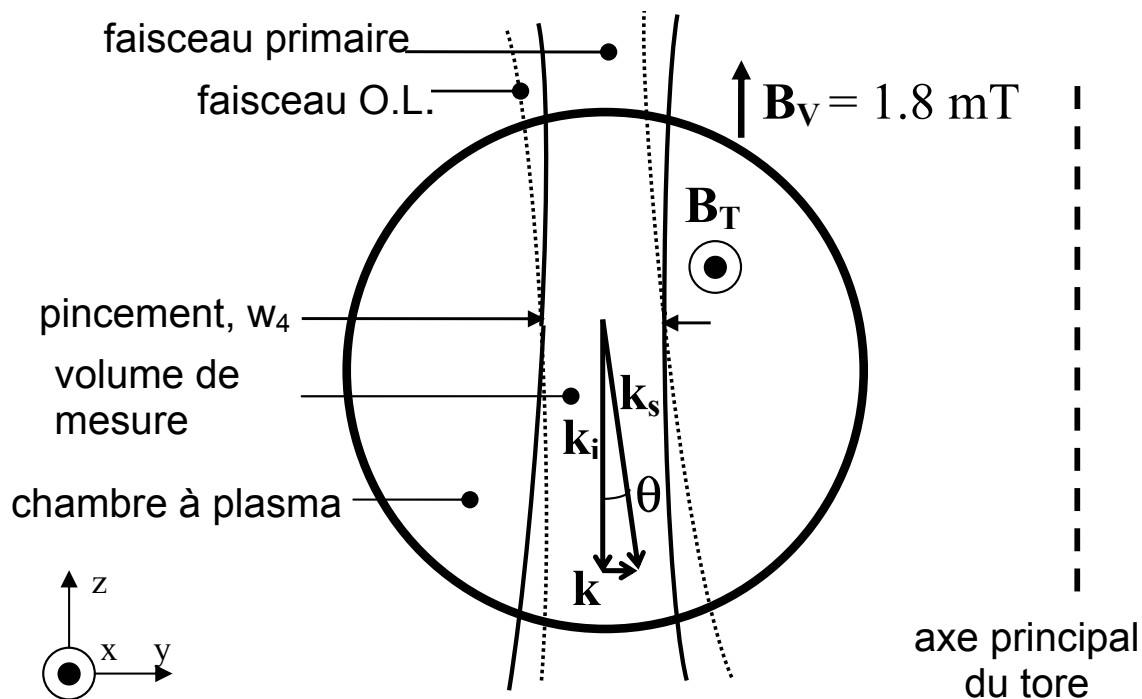


FIG. 4.5 – Petite section du tore avec visualisation des faisceaux, OL (en pointillés) et primaire (ligne continue). L'axe de la sonde, situé dans une autre section toroïdale est indiqué également.

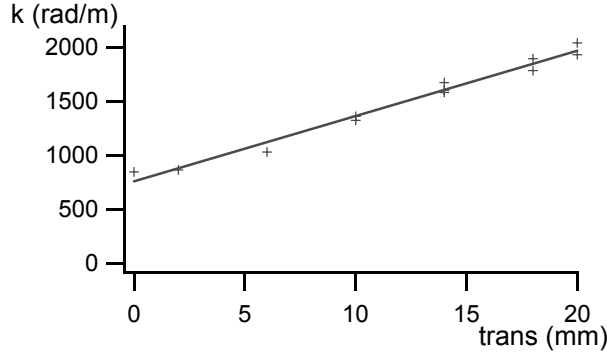


FIG. 4.6 – Etalonnage du banc en nombre d’onde. En abscisse, la position (en mm) du miroir en amont de la lentille  $L_3$  repérée par le moteur pas à pas. En ordonnée, le vecteur de l’onde sonore qui donne le signal de diffusion maximum pour cette position.

faisceaux OL et primaire en amont de la lentille  $L_3$ , vu la taille des faisceaux à cet endroit. Cette difficulté se reporte sur la détermination de l’angle de diffusion et du vecteur d’onde sondé. Nous avons donc choisi d’étalonner le banc en regardant la lumière diffusée par une onde sonore de fréquence connue.

L’air est un milieu très peu dispersif pour les ondes sonores. La vitesse du son est constante sur une très grande gamme de fréquences. Elle est déterminée par la température [53]. Une fois celle-ci mesurée, la vitesse du son dans le laboratoire peut-être calculée précisément. Pour générer une onde sonore dans l’air, nous utilisons un cristal piézo-électrique large bande plan, alimenté par un GBF et un ampli. Cette onde sonore est envoyée à la perpendiculaire du faisceau laser dans le volume de mesure. Le pincement du laser à cet endroit est plus petit que le rayon du cristal. Pour une fréquence d’excitation  $\omega_s$  donnée, un seul vecteur d’onde,  $k_s$ , est présent. La transformée de Fourier spatiale et temporelle des fluctuations de densité induites par l’onde sonore s’obtient facilement.

$$\begin{aligned}
\delta n(\vec{r}, t) &= \delta n_0 \cos(\vec{k}_s \cdot \vec{r} - \omega_s t) \\
\delta \tilde{n}(\vec{k}, t) &= \delta n_0 (\delta(k - k_s) + \delta(k + k_s)) e^{-i \frac{k}{k_s} \omega_s t} \\
\delta \tilde{n}(\vec{k}, \omega) &= \delta n_0 (\delta(k - k_s) + \delta(k + k_s)) \delta(\omega - \frac{k}{k_s} \omega_s)
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Pour une fréquence donnée (donc pour un vecteur d’onde connu), nous observons le signal diffusé et nous translatons le périscopes, situé en amont de la lentille  $L_3$ , jusqu’à maximiser le pic visible sur l’analyseur de spectre à la fréquence de l’onde sonore. On peut remarquer grâce au calcul précédent que ce pic n’est présent que d’un seul côté du spectre temporel : la fréquence de ce pic est positive si le vecteur d’onde sondé est parallèle au vecteur de l’onde sonore, négative s’il lui est antiparallèle.

En changeant la fréquence de l’onde sonore, nous obtenons une position différente du miroir mobile maximisant le pic visible sur l’analyseur de spectre. De cette



manière, nous obtenons la figure 4.6 et nous trouvons la relation suivante entre l'indication du moteur pas à pas, notée *trans* et le nombre d'onde sondé :

$$k[m^{-1}] = 757(\pm 37) + (60,4 \pm 2,7) trans[mm]. \quad (4.6)$$

On vérifie que l'angle varie bien comme prévu. Puisque  $\theta = k/k_o$  ( $k_o$  étant le nombre d'onde de la lumière laser), on trouve à partir de la relation précédente

$$\theta[rad] = 1,28.10^{-3}(\pm 6.10^{-5}) + (1,02.10^{-4} \pm 4.10^{-6}) trans[mm], \quad (4.7)$$

ce qui est bien compatible avec ce qui était prévu au paragraphe II.2.

### II.5 Enregistrement du signal superhétérodyne

Les signaux en sortie des voies *cos* et *sin* sont acquis à une fréquence de  $2MHz$ , par séquence de  $0,5s$ , sur un oscilloscope Lecroy 9314L. Pour chaque voie, on obtient donc un million de points, chacun étant codé sur un octet<sup>3</sup>. Ces données sont transférées par interface GPIB sur un PC. Tous les enregistrements ou presque ont été faits avec l'un des deux calibres suivants :  $2mV$  et  $5mV$ , selon l'amplitude du signal. Dans le premier cas, on obtient une sensibilité en tension de  $6,25.10^{-2}mV$ ; dans le second, une sensibilité de  $1,5625.10^{-1}mV$ . L'amplitude maximale du signal pour ces deux calibres est respectivement de  $16$  et  $40mV$ .

La procédure d'enregistrement est systématique. Pour une valeur de champ magnétique donnée, on effectue des enregistrements pour plusieurs valeurs de  $k$ . A chaque fois, le plasma est allumé en plaçant le filament de tungstène au potentiel nominal de  $-80V$  puis en montant le champ magnétique jusqu'à la valeur choisie. On procède alors à l'enregistrement du signal diffusé. Le potentiel du filament est ensuite ramené à celui de la terre et le champ magnétique est éteint. Le plasma disparaît. On procède alors immédiatement à l'enregistrement d'un blanc (signal obtenu en l'absence de plasma). Cela permettra ultérieurement une soustraction du bruit.

## III Le plasma de ToriX : paramètres typiques et états stationnaires

Le plasma de ToriX dans le cadre de nos expériences est toujours un plasma d'argon. La densité électronique au centre est d'un peu moins de  $10^{17} m^{-3}$ . Sachant que la pression de neutres est de  $0,1Pa$ , le taux d'ionisation des neutres est de l'ordre de  $4.10^{-3}$  si les ions sont ionisés une seule fois. La température électronique est de  $2eV$ . Nous ne disposons pas de diagnostic permettant de mesurer la température ionique. Cependant, on peut l'estimer de la façon suivante. La durée de vie des ions (définie par le temps moyen avant d'effectuer une collision d'échange de charge) est beaucoup plus courte que le temps d'équipartition d'énergie par collision électrons-ions : la première est d'environ  $1ms$ , la seconde de l'ordre de  $30s$ . L'équilibre thermique

---

3. La numérisation entraîne un bruit numérique. Ce dernier est inférieur au bruit photonique, qui reste le bruit dominant.

distances	$\rho_{ce}$	d	$\lambda_D$	$\rho_{ci}$	$a^a$
(m)	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-1}$
fréquences	$f_{ce}$	$f_{pe}$	$f_{pi}$	$f_{ci}$	$f_{coll}$
(Hz)	$8 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^4$

TAB. 4.1 – Longueurs et fréquences caractéristiques du plasma de ToriX, dans les conditions habituelles d'utilisation.

<sup>a</sup> petit rayon du tore

des ions est principalement établi avec les neutres, à une température de l'ordre de la température ambiante.

Nous présentons d'abord les échelles caractéristiques de longueur et de temps typiques du plasma dans les conditions habituelles d'utilisation. Après avoir exposé le protocole expérimental pour obtenir les profils spatiaux, nous décrivons la façon dont s'organise le plasma dans Torix, en absence puis en présence de champ vertical.

### III.1 Echelles caractéristiques

La longueur de Debye est la longueur de corrélation des particules du plasma.

$$\lambda_D^2 = \frac{\epsilon_0 T_e}{e^2 n_e} \quad \lambda_D \approx 30 \mu m$$

Elle est beaucoup plus grande que la distance interparticulaire  $d = n^{1/3}$  qui vaut environ  $2 \mu m$ . Il y a environ 6000 particules dans la sphère de Debye.

Le rayon de Larmor électronique est du même ordre de grandeur que  $d$ . Pour  $B_T = 0,3$  T,  $\rho_{ce} \approx 1,5 \mu m$ .

Le rayon de Larmor ionique n'est pas connu, puisque nous ne connaissons pas précisément la température ionique. Nous pouvons uniquement affirmer qu'elle est comprise entre la température ambiante (celle des neutres) et  $0,1 eV$ , compte tenu de mesures faites dans des machines similaires ou d'autres faites par le passé dans Torix avec des appareils dont la sensibilité, insuffisante pour résoudre la température ionique de ce plasma, était de cet ordre de grandeur. Il est donc compris entre  $0,4$  et  $1 mm$ , sans doute plus proche de  $0,4 mm$  vu la remarque faite au paragraphe précédent.

La fréquence plasma électronique correspond à l'inverse du temps de réponse du plasma à une perturbation non neutre.

$$f_{pe} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_0 n}{e^2 m_e}} \approx 3 \cdot 10^9 \text{ Hz}.$$

La fréquence plasma ionique s'écrit de même

$$f_{pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_0 n}{e^2 m_i}} \approx 10^7 \text{ Hz}.$$

Les fréquences cyclotron ionique et électronique  $f_{ci} \approx 100 kHz$  (Argon),  $f_{ce} \approx 8 GHz$  à  $0,3$  T.

La fréquence de collision,  $f_{coll}$ , ions-neutres (échange de charge) est de l'ordre de  $20kHz$  dans les conditions habituelles de plasma.

Les différentes échelles de longueurs et de temps caractéristiques sont réunies et ordonnées dans le tableau 4.1.

### III.2 Protocole d'acquisition des profils spatiaux

Une sonde mobile a été utilisée pour établir des profils verticaux de densité, de température électronique et de potentiel du plasma. La sonde se déplace sur un axe vertical passant par le centre de la section du tore sur un trajet semblable à la corde du faisceau laser, c'est-à-dire à l'intérieur du volume de mesure. Durant ces mesures l'axe de la partie collectrice de la sonde (c'est-à-dire du conducteur en contact avec le plasma) était horizontal et orthogonal au champ magnétique. Les paramètres réglables par l'expérimentateur ont été maintenus constants : pression de neutres (à 10 % près), courant dans les bobines (et donc le champ magnétique toroïdal), potentiel du filament par rapport à la terre, courant de décharge du filament. Nous nous sommes assurés de la reproductibilité des mesures en enregistrant à nouveau plusieurs fois les caractéristiques de sonde pour un certain nombre de positions, voire en refaisant une seconde fois un profil entier. Les caractéristiques courant-tension de la sonde ont été réalisées avec un balayage en dent de scie de fréquence lente (1 KHz) devant celles des fluctuations du plasma et moyennées en cumulant 200 aller-retours. De ces caractéristiques, on a extrait température électronique, densité et potentiel plasma, selon la méthode indiquée dans la référence [54] pour chacune des positions verticales sondées. Deux positions successives sont distantes de 5 mm.

Des enregistrements issus du banc de diffusion ont été acquis dans les mêmes conditions de plasma. Ces données peuvent apporter quelques informations sur les caractéristiques macroscopiques du plasma. Deux types de profils sont présentés ici. Ceux obtenus en absence de champ magnétique vertical et ceux obtenus en présence d'un champ magnétique vertical de 1,8 mT. Dans les deux cas, les caractéristiques du plasma sont les suivantes :  $P_{neutre} = 10^{-1} Pa$ ,  $B = 0,28 T$ , le potentiel du filament par rapport à la terre est à sa valeur nominale,  $-80 V$ ; le courant de décharge est de 0,4 A.

### III.3 Plasma sans champ magnétique vertical

Les profils spatiaux obtenus en absence de champ magnétique vertical sont représentés sur la figure 4.8 à gauche. En haut, on voit un spectre temporel d'un signal de diffusion collective obtenu dans les mêmes conditions; au milieu, le profil de potentiel plasma et en bas, le profil de densité.

On voit tout d'abord que le profil de densité est décalé vers le bas par rapport au plan équatorial du tore. Cela est dû au fait que les électrons dérivent sur le bas, à cause de la courbure et du gradient du champ magnétique. On retrouve la même caractéristique sur le profil de température (non représenté ici). Sur le profil de potentiel, on remarque que le centre du plasma présente un potentiel négatif, tandis que le bord est légèrement positif. Le potentiel négatif est dû aux électrons issus du

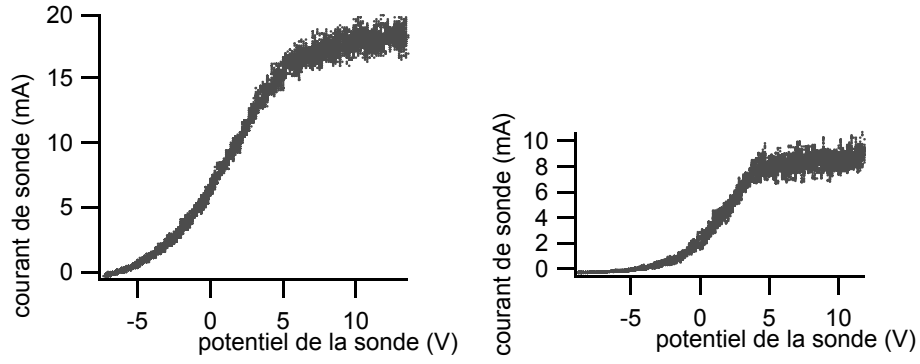


FIG. 4.7 – Caractéristiques de sonde pour un plasma sans champ magnétique vertical.  $B_T = 0,28T$ . Chaque caractéristique correspond à deux hauteurs différentes; l'origine des altitudes est située au niveau de l'axe équatorial. A gauche  $h = -0,5cm$ , à droite  $h = -3cm$ .

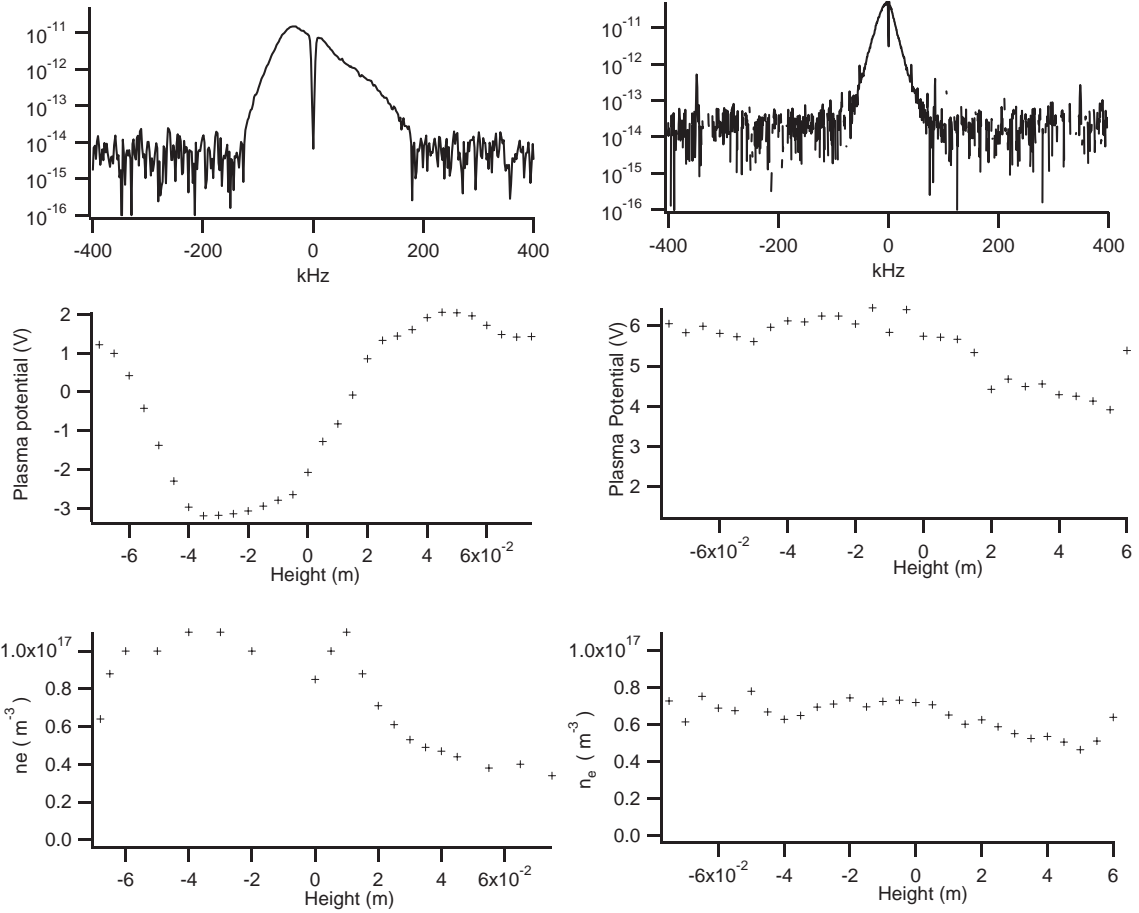


FIG. 4.8 – Spectre de diffusion pour  $k=1300\text{ m}^{-1}$  (en haut), profil de potentiel plasma et de densité (au milieu et en bas) le long d'un axe vertical croisant l'axe équatorial de tore. A gauche, avec un champ magnétique strictement toroïdal,  $B_T=0,28\text{ T}$ ; à droite, avec en plus une faible composante verticale,  $B_V=1,8\text{ mT}$ .

©2005 American Institute of Physics

filament qui viennent s'ajouter aux électrons du plasma et sont responsables d'un excès de charges négatives au centre.

Entre le centre négatif et le bord positif, il y a une zone de transition où existe un champ électrique radial. Ce dernier entraîne une rotation du plasma par effet de dérive électrique. Pour parler de rotation, il faut évidemment plus d'information que n'en donne un simple profil vertical. Un profil horizontal passant lui-aussi par l'axe équatorial du tore a été réalisé : il confirme que le centre est bien plus négatif que le bord. On en voit la signature sur les spectres de diffusion collective enregistrés dans des conditions similaires (Fig. 4.8, en haut à gauche) : on observe deux bosses, l'une de fréquence négative, l'autre de fréquence positive. Ces fréquences sont proportionnelles au vecteur d'onde d'observation. La première correspond à une vitesse de déplacement global du plasma négative (de l'intérieur vers l'extérieur du tore, voir Fig. 4.9

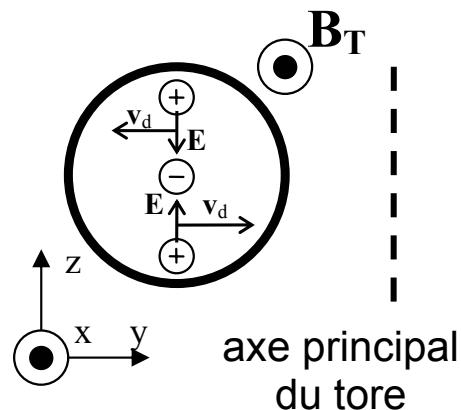


FIG. 4.9 – Profil schématique du champ électrique le long de la corde verticale et de la vitesse de dérive électrique ( $\vec{E} \wedge \vec{B}$ ). Le potentiel est négatif au centre, positif au bord. La vitesse de dérive est négative en haut et positive en bas.

ci-contre); la seconde à une vitesse positive. La vitesse de dérive électrique obtenue à partir de la dérivée du potentiel plasma mesuré par la sonde est de  $-230\text{ m/s}$  en haut et de  $350\text{ m/s}$  en bas. Les spectres de diffusion correspondant donnent deux vitesses :  $-150\text{ m/s}$  et  $300\text{ m/s}$ . L'écart peut être expliqué par le fait que les vitesses calculées à partir des mesures de sonde sont des moyennes non pondérées des vitesses aux différentes positions sur une zone donnée, alors que les vitesses déterminées à partir des spectres de diffusion sont des moyennes pondérées par le taux de fluctuation en chaque point. Par ailleurs s'il semble que le décalage en fréquence observé soit essentiellement dû à la vitesse de dérive de champs croisés, il est possible que d'autres mécanismes entrent en jeu, comme les ondes de dérive (voir plus loin). Ici, avec un champ magnétique purement toroïdal, la vitesse diamagnétique électronique est dans le même sens que la rotation du plasma. Une évaluation de sa valeur compte-tenu du profil de densité a été faite. Elle est du même ordre de grandeur que la vitesse de champs croisés.

On peut remarquer que la zone du bas est moins turbulente que la zone du haut : l'amplitude du signal diffusé correspondant à cette zone, vu l'identification faite plus haut avec les résultats de mesures de sonde, est en effet beaucoup plus faible. Des mesures de taux de fluctuation sur une sonde le long du profil vertical (l'axe de la sonde étant cette fois placé parallèlement au champ magnétique) ont montré qu'il pouvait y avoir jusqu'à un facteur quatre entre les taux (quadratiques) de fluctuation mesurés en haut et ceux mesurés en bas. Cet écart est inférieur à la différence

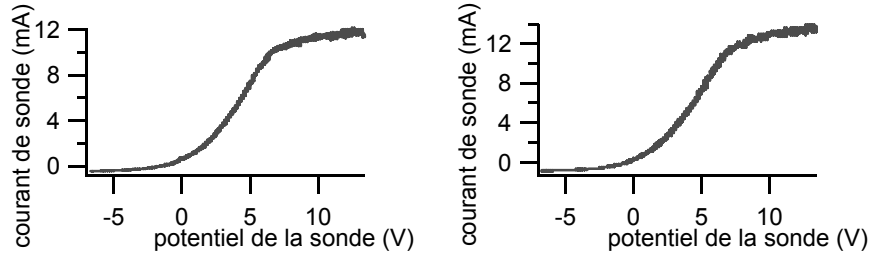


FIG. 4.10 – *Caractéristiques de sonde pour un plasma avec champ magnétique vertical ( $B_V = 1,8 \text{ mT}$ ).  $B_T = 0,28 \text{ T}$ . Chaque caractéristique correspond à deux hauteurs différentes; l'origine des altitudes est située au niveau de l'axe équatorial. À gauche  $h = -0,5 \text{ cm}$ , à droite  $h = -3 \text{ cm}$ .*

d'amplitude constatée entre les deux bosses du spectre de diffusion collective.

#### III.4 Plasma avec un champ magnétique vertical

Nous avons vu que le plasma obtenu en l'absence de champ vertical n'était pas du tout homogène. Comme le signal diffusé par chacune des deux zones du plasma (grossièrement, le "haut" et le "bas") s'enchevêtre sur les spectres (Fig. 4.8), il est impossible d'exploiter ces données expérimentales en vue d'une analyse lagrangienne du mouvement. Pour réaliser cette dernière, il est préférable d'observer un plasma homogène à l'intérieur du volume de mesure ou au moins deux zones dont les signaux se séparent nettement sur les spectres de diffusion collective.

Nous avons donc tenté d'obtenir un plasma plus homogène en ajoutant une composante verticale. En effet l'addition d'un champ magnétique vertical de faible intensité au champ toroïdal permet de mettre en contact, le long des lignes de force, les électrons des parties haute et basse du plasma. Ce contact électrique est susceptible d'annuler l'accumulation de charges électriques, responsable, nous l'avons vu, d'une rotation du plasma (et qui masque totalement l'effet de la dérive de courbure, qui crée en principe un champ électrique vertical refoulant le plasma vers l'extérieur du tore). On peut déjà constater, en comparant les caractéristiques de sonde obtenues sans (Fig. 4.7) et avec (Fig. 4.10) champ magnétique vertical, que les fluctuations du courant de sonde sont moindres dans le second cas. Pour une analyse plus fine, nous avons représenté sur la figure 4.11 les spectres du signal de diffusion collective, obtenus pour différentes valeurs du champ magnétique vertical  $B_V$  ajouté à un champ toroïdal  $B_T = 0,34 \text{ T}$ . Le spectre est d'abord large et dissymétrique ( $B_V = 0 \text{ T}$ ); sa largeur et sa fréquence centrale diminuent, il devient de plus en plus symétrique quand l'intensité de  $B_V$  augmente. La valeur du champ magnétique vertical utilisé par la suite,  $B_V = 1,8 \text{ mT}$ , a été choisie parmi d'autres selon les critères suivants. D'une part, le champ est suffisamment fort pour que les spectres soient centrés en zéro, ce qui signifie que toute rotation a disparu; de fait, les spectres présentent alors une seule bosse symétrique. D'autre part, le champ est tel que la fluctuation du courant de saturation sur une caractéristique de sonde est minimal. Nous avons en effet constaté qu'au delà d'une certaine valeur de  $B_V$ , les fluctuations du courant

de saturation se remettaient à croître. Il y a bien une valeur optimale de l'hélicité garantissant le meilleur confinement possible avec cette structure de champ magnétique, comme l'a rappelé récemment Müller [55]. En dessous de cette valeur, la dérive de champ croisée est plus forte et le transport plus intense; au dessus, la dérive est certes plus faible, mais le transport le long des lignes de champ magnétique, qui sont alors ouvertes, devient dominant et les pertes deviennent fortes à l'endroit où ces lignes rencontrent la paroi de la chambre à plasma.

Le choix de fixer  $B_V$  à 1,8 mT nous permet d'obtenir un plasma homogène. Les caractéristiques de ce plasma sont présentées sur la Fig. 4.8. La densité est uniforme sur toutes les positions accessibles à la sonde; le potentiel varie de moins de deux volts sur cette longueur et ce de façon continue. La rotation précédemment constatée semble s'être arrêtée. Ne reste qu'une faible dérive horizontale, à peine sensible sur le spectre de diffusion. En traçant un profil horizontal de densité et de potentiel qui passe par l'axe équatorial du tore, nous avons pu constater que le plasma était également homogène dans cette direction. L'hypothèse d'homogénéité mentionnée dans le chapitre 2 est donc vérifiée dans cette configuration, qui a permis d'obtenir des signaux de diffusion collective exploitables. Une nouvelle difficulté est apparue alors du fait que les spectres sont centrés en zéro. Or les fréquences basses sont rejetées par les filtres qui ont été placés pour supprimer le bruit important dans cette gamme. Pour obtenir des mesures exploitables, nous avons dû changer les filtres passe-bande 5KHz-2MHz pour des filtres 1KHz-2MHz.

#### *IV Quelques indices sur la nature des fluctuations du plasma*

Il est possible d'obtenir des informations importantes sur la nature des fluctuations si on connaît la relation locale et instantanée entre fluctuations de densité, de potentiel plasma et de température. Des systèmes de sondes multiples ont été conçus dans différentes expériences, pour mesurer simultanément et au même point ces différents paramètres [56]. Nous avons utilisé une autre méthode. Le potentiel d'une sonde unique est balayé périodiquement pour obtenir une série de caractéristiques de sonde complètes. Le balayage est effectué sur un temps court par rapport aux temps de la turbulence et long par rapport à la réponse du plasma aux sollicitations de la sonde. Nous avons donc procédé à l'enregistrement de caractéristiques de sonde avec un balayage périodique rapide de façon à accéder à tout moment aux valeurs de la densité, de la température et du potentiel plasma, ainsi qu'à leur variation en fonction du temps.

Cette expérience, visant à connaître la nature des fluctuations, n'est pas indifférente pour nos expériences de diffusion collective, car elle permet d'évaluer expérimentalement la validité de l'hypothèse faite pour passer de l'équation 2.41 à l'équation 2.42, à savoir l'absence de corrélation entre les fluctuations de densité et le déplacement. En effet, la turbulence électrostatique entraîne une vitesse de dérive de champ croisé fluctuante. Donc s'il y a corrélation entre les fluctuations de densité et le potentiel, cela entraîne nécessairement une corrélation entre le déplacement et les fluctuations de densité associées aux ondes électrostatiques.

Or il existe une famille d'instabilités dans les machines toriques qui couplent densité et potentiel, ce sont les ondes de dérive [57]. Selon la théorie, elles apparaissent

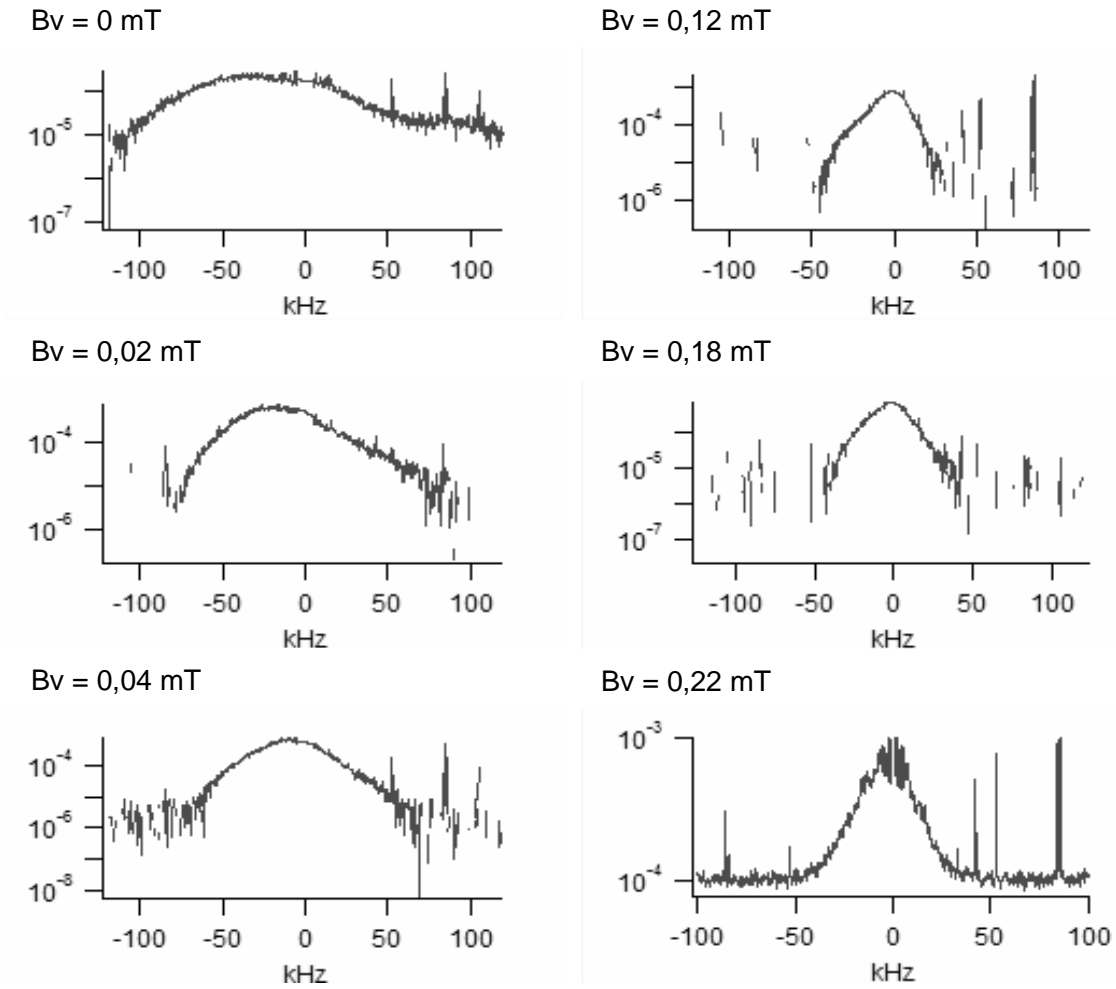


FIG. 4.11 – Ces spectres du signal de diffusion collective, obtenus avec un même vecteur d'onde et un champ magnétique toroïdal  $B_T = 0,34 \text{ T}$ , montrent l'effet du champ magnétique vertical. On observe que même une très faible composante verticale modifie considérablement l'allure du spectre.



dans la zone de champ faible du tore (vers l'extérieur). En cette partie du plasma en effet, la courbure du champ magnétique est opposée au gradient de pression. Dans ces conditions, on assiste à un processus proche de l'instabilité de Rayleigh-Bénard, où la gravité est remplacée par la force centrifuge induite par la courbure du champ magnétique. Ces ondes couplent densité et déplacement et font osciller densité et potentiel en phase. Leur vitesse de phase est la vitesse diamagnétique :  $\rho_s c_s / a$ , où  $\rho_s$  est le rayon de Larmor effectif (faisant intervenir la température des électrons et la masse des ions). Elles ont été observées par K. Rypdal dans une machine semblable à ToriX [58]. Il est intéressant de les rechercher dans la configuration de champ magnétique purement toroïdale et d'observer l'effet du champ vertical.

#### IV.1 Acquisition et traitement des caractéristiques

La sonde Langmuir mobile est plongée dans le plasma. Sa partie collectrice est orientée verticalement. La sonde peut être déplacée selon un axe situé dans le plan équatorial du tore et orthogonal au champ magnétique. De cette façon, il est possible d'observer séparément les fluctuations vers l'intérieur ou vers l'extérieur du tore ou encore dans la partie centrale de la petite section du plasma.

Les caractéristiques courant-tension sont explorées avec une rampe de tension triangulaire d'amplitude crête à crête de 22 V et de fréquence 50 kHz. Cette dernière est la fréquence maximale utilisable avec notre système de mesure (cables coaxiaux compris) pour limiter l'effet d'hystérésis à une simple translation en intensité de la caractéristique de sonde, sans perte de la linéarité. Un enregistrement de la caractéristique obtenue en remplaçant le plasma par une résistance suffit pour évaluer simplement cet effet et le corriger. Nous avons vérifié par ailleurs, en observant le spectre temporel des fluctuations du courant de saturation électronique grâce à un analyseur de spectre, qu'une caractéristique était tracée en un temps suffisamment court ( $10\mu s$ ) par rapport au temps caractéristique des fluctuations.

Nous avons acquis ensuite pendant 20 ms le signal de rampe (le potentiel de la sonde) et le courant (mesuré par le potentiel de la résistance du convertisseur courant tension) sur  $10^6$  points. Pour traiter ce signal, une procédure automatique était nécessaire. Le programme de traitement de données devait tout d'abord repérer les points limite (début et fin) de chaque caractéristique en cherchant des zéros de la dérivée de la rampe de tension. Ensuite, pour chaque caractéristique, le point d'inflexion correspondant au début de la saturation du courant doit être recherché. Il correspond à un maximum de la dérivée. Pour faciliter cette recherche, la caractéristique est ajustée sur un polynôme de degré 20, ce qui permet d'obtenir une fonction lissée. Lors de la recherche de l'extremum de la dérivée de cet ajustement, les points extrêmes de la caractéristique sont exclus. Une fois l'abscisse du point d'inflexion connu, la température électronique est évaluée en l'identifiant au rapport de la valeur de l'ajustement polynômial au point d'inflexion à la valeur de sa dérivée au même point. On réalise encore un ajustement linéaire sur les points dont le potentiel est supérieur à celui du point d'inflexion, augmenté d'une petite marge. On calcule les coordonnées du point d'intersection de cet ajustement linéaire avec la tangente de l'ajustement polynômial au point d'inflexion. L'abscisse de ce point est identifiée au potentiel plasma, son ordonnée au courant de saturation électronique. A partir

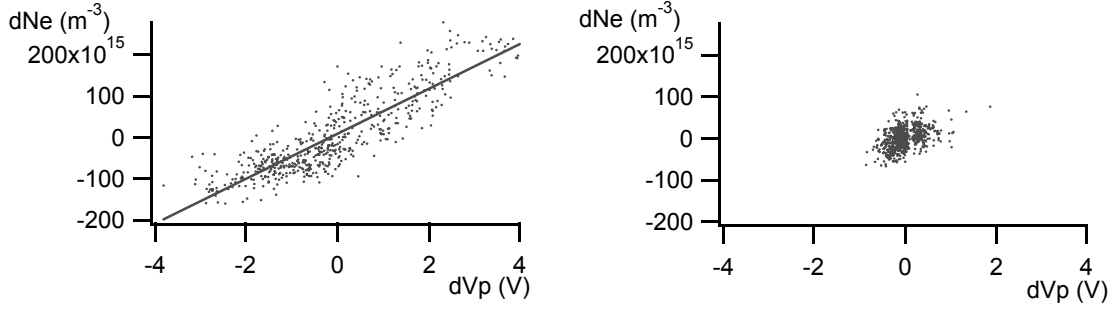


FIG. 4.12 – *Fluctuations de densité en fonction des fluctuations de potentiel plasma en absence de champ magnétique vertical. A gauche, vers l'extérieur du tore; à droite vers l'intérieur. Le coefficient de corrélation entre les deux variables est de 0,89 dans le premier cas et de 0,43 dans le second. Les deux graphes sont à la même échelle. Ils donnent une idée de la différence du taux de fluctuation entre l'intérieur et l'extérieur.*

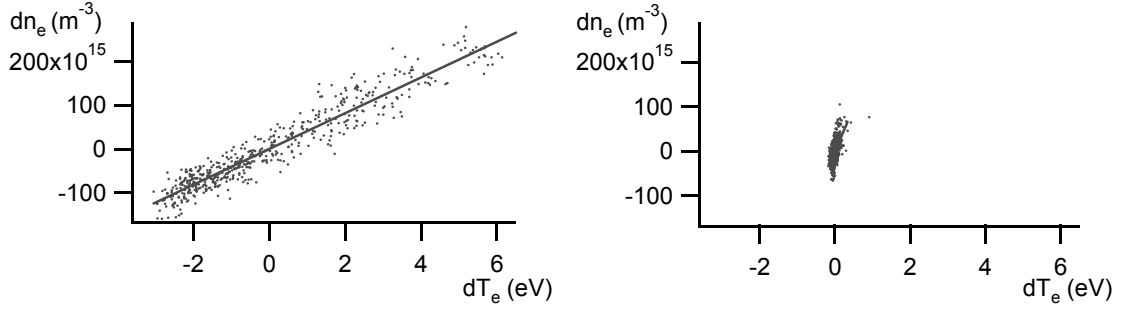


FIG. 4.13 – *Fluctuations de densité en fonction des fluctuations de température électronique en absence de champ magnétique vertical, à gauche côté champ faible, à droite côté champ fort. Fluctuations de densité et de température sont fortement corrélées côté champ faible, moins côté champ fort. Le coefficient de corrélation est positif.*

de la température et du courant de saturation électronique, nous calculons la densité électronique pendant cette période.

Quelques caractéristiques se prêtent mal à ce traitement. Elles sont facilement reconnaissables car le potentiel correspond alors à la valeur maximale de la rampe, ou bien la densité n'a pu être calculée parce que la température trouvée est négative. Suivant les cas, leur nombre varie d'une dizaine à une cinquantaine sur mille caractéristiques dépouillées. Ces points n'ont pas été pris en compte dans les calculs ultérieurs. Pour les autres, nous avons pu vérifier que les valeurs de courant de saturation obtenues correspondaient bien à ce que nous pouvions observer sur les signaux bruts, de même pour les valeurs de potentiel plasma.

## IV.2 Analyse des fluctuations

Chaque caractéristique donne une valeur de la densité, de la température et du potentiel plasma. Nous avons simplement étudié les corrélations entre les fluctuations

de densité et les fluctuations de potentiel au même temps.

Nous avons tracé les fluctuations de densité en fonction des fluctuations de potentiel en absence de champ magnétique vertical sur la figure 4.12. Le nuage de points à gauche correspond aux fluctuations observées vers l'extérieur du tore, du côté des champs faibles. Celui de droite correspond aux fluctuations observées vers l'intérieur du tore, du côté des champs forts. On observe tout d'abord une différence notable du taux de fluctuation, bien plus grand du côté des champs faibles. En outre la nature des fluctuations est différente de part et d'autre de la petite section. Du côté des champs forts, là où le taux de fluctuation est le plus petit, le coefficient de corrélation entre les fluctuations de densité et les fluctuations de potentiel est faible : 0,43. Du côté des champs faibles, vers l'extérieur du tore, là où le taux de fluctuation est le plus grand, le coefficient de corrélation entre densité et potentiel est plus conséquent : 0,87. Ces observations ne sont pas incompatibles avec le développement d'instabilités liées aux ondes de dérive du côté des champs faibles, sans que nous puissions rien affirmer à ce sujet.

D'autant plus que la corrélation entre les fluctuations de température et de densité côté champ faible (Fig. 4.13, à gauche) est très forte (coefficient de corrélation de 0,9) et positive. Cela montre que nous n'observons pas des fluctuations à pression constante. Cela pourrait être dû au fait que la sonde est placée dans une zone de gradient, à la fois de température et de densité et que le plasma oscille en bloc selon l'axe du grand rayon. Dans ce cas, la pente de la droite de régression entre les fluctuations de densité et de potentiel normalisées à leur valeur serait le rapport de la longueur de gradient de température sur la longueur de gradient de densité. On observe que cette pente est proche de 1 : elle vaut environ 0,3. Cette corrélation entre densité et température pourrait également être expliquée par l'existence d'un plasma très instable dans cette zone, qui n'existe que par bouffées. Côté champ fort (Fig. 4.13, à droite), la corrélation entre fluctuations de densité et de température est beaucoup plus faible et les oscillations de température sont très faibles.

Nous avons cherché à savoir si les fluctuations observées suivaient la loi de Boltzmann. Celle-ci, une fois linéarisée, s'écrit :

$$\frac{\delta n_e}{\delta V_p} = \frac{\langle n_e \rangle}{\langle T_e [\text{eV}] \rangle}.$$

Comme nous pouvions nous y attendre, vue l'amplitude des fluctuations de la température électronique, elle est mal vérifiée côté champ faible. La pente de la droite de régression sur les fluctuations de densité tracées en fonction des fluctuations de potentiel vaut  $5,5 \cdot 10^{16}$ . Le rapport de la densité électronique moyenne sur la température électronique moyenne vaut lui  $1,2 \cdot 10^{17}$ . Elle est bien vérifiée côté champ fort. La pente de la régression linéaire sur les fluctuations de densité tracées en fonction des fluctuations de potentiel vaut  $3,2 \cdot 10^{16}$ . Le rapport de la densité électronique moyenne sur la température électronique moyenne vaut lui  $3,6 \cdot 10^{16}$ .

Nous avons tracé de même les fluctuations de densité en fonction des fluctuations de potentiel en présence du champ magnétique vertical sur la figure 4.14. Le nuage de points correspond aux fluctuations observées dans la zone du plasma qui coïncide avec le volume de mesure du diagnostic de diffusion collective, c'est-à-dire au milieu

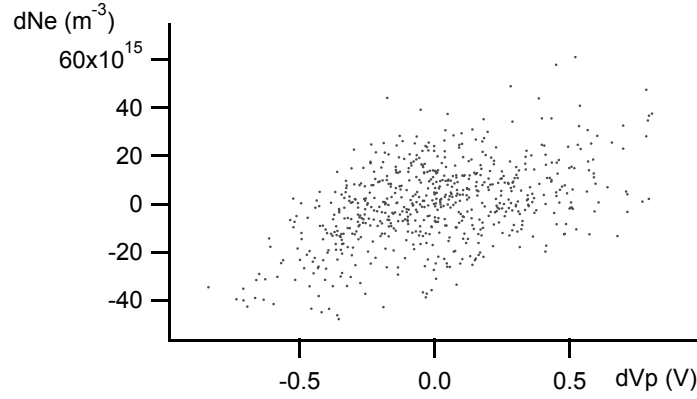


FIG. 4.14 – *Fluctuations de densité en fonction des fluctuations de potentiel plasma en présence de champ magnétique vertical, au centre du plasma et donc à l'intérieur du volume de mesure du diagnostic de diffusion collective. Le coefficient de corrélation entre les deux variables est de 0,46.*

de la petite section. Le taux de fluctuation est un peu inférieur à celui constaté vers l'intérieur du tore en absence de champ magnétique vertical. On observe un coefficient de corrélation faible entre les deux variables : 0,46.

Le coefficient de corrélation entre les fluctuations de température électronique et les fluctuations de densité (Fig. 4.15) ou de potentiel est très faible, inférieur à 0,2. La relation de Boltzmann n'est pas très bien vérifiée. La pente de la régression linéaire sur les fluctuations de densité tracées en fonction des fluctuations de potentiel vaut  $2,6 \cdot 10^{16}$ . Le rapport de la densité électronique moyenne sur la température électronique moyenne vaut lui  $9 \cdot 10^{15}$ . Cette observation a également été faite dans le plasma de bord des tokamaks. Ces derniers sont peu différents du plasma observé ici, en présence de champ magnétique vertical additionnel. En particulier, ils ont en commun de présenter des lignes de champ magnétique ouvertes.

Ces résultats sont le fruit d'un premier essai. Ces mesures mériteraient d'être reprises par la suite, afin d'obtenir des résultats plus complets.

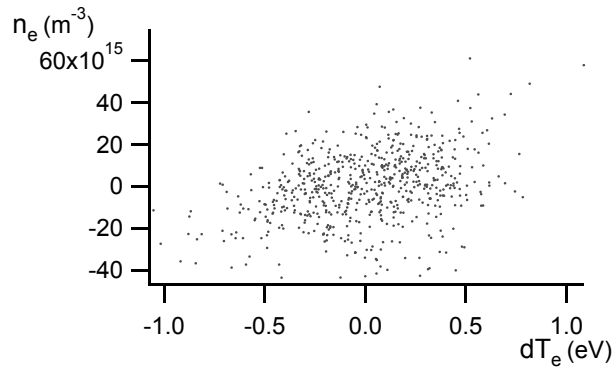


FIG. 4.15 – *Fluctuations de densité en fonction des fluctuations de température électronique en présence de champ magnétique vertical, au centre du plasma. Le coefficient de corrélation entre les deux variables est très faible.*

## Chapitre 5

### LA DIFFUSION TURBULENTE DANS TORIX



## 5. LA DIFFUSION TURBULENTE DANS TORIX

### *I Facteur de forme statique*

Les premiers résultats que nous présenterons concernent le facteur de forme statique. Le but est de mesurer la variation de la non-uniformité spatiale avec l'échelle observée, de chercher s'il existe, comme dans les fluides, une loi d'échelle et d'en trouver, le cas échéant, l'exposant. Il s'agit aussi de valider l'hypothèse selon laquelle le mouvement du plasma aux échelles observées peut être considéré comme un mouvement de masse (fluide) convecté par de plus grandes échelles. L'étude a été menée pour deux plasmas différents, l'un ayant un champ magnétique purement toroïdal, l'autre ayant un petit champ magnétique vertical supplémentaire. Grâce à la méthode d'étalonnage proposée au chapitre 2, nous sommes en mesure de donner le facteur de forme en unité absolue, ce qui permet d'évaluer le poids des échelles sondées et de rapporter celui-ci au taux de fluctuation total, mesuré avec une sonde de Langmuir.

#### *I.1 Plasma en champ magnétique purement toroïdal*

La variation de  $S_2(\vec{k})$  est étudiée pour cinq valeurs du champ magnétique :  $B_T = 0,25 \text{ T}, 0,28 \text{ T}, 0,31 \text{ T}, 0,34 \text{ T}$  et  $0,36 \text{ T}$  (Fig. 5.1). Pour chacune de celles-ci, une série de mesures a été réalisée pour différents  $k$ . Le signal de diffusion a été enregistré et traité. Le facteur de forme statique à deux dimensions a été calculé en unités absolues grâce à l'équation (2.36). Le résultat est tracé Fig. (5.1) à gauche, en unité semi-logarithmiques.

Le facteur de forme est décroissant avec  $k$ . Il est très grand devant 1, cinq à huit ordres de grandeur au dessus du niveau attendu pour un plasma à l'équilibre thermodynamique. Un ajustement exponentiel sied significativement mieux qu'un ajustement en loi de puissance. Par ailleurs l'exposant de la loi de puissance trouvé par un ajustement linéaire sur  $S_2(\vec{k})$  en unités logarithmiques dépend de la valeur du champ magnétique, ce qui n'est pas compatible avec une loi universelle de la turbulence développée.

Les ajustements linéaires réalisés en unités semi-logarithmiques sont visibles sur la figure 5.1. Ils font apparaître une longueur caractéristique,  $l_p$  (Fig. 5.2, comparable au rayon de Larmor ionique à température ambiante ou un peu supérieur ( $\rho_{ci} = 0,3$  à  $0,4 \text{ mm}$ ). Cela signifie que dans la gamme d'échelle sondée, il n'y a pas d'invariance d'échelle, comme nous aurions pu nous y attendre en transposant rapidement la théorie de Kolmogorov aux plasmas magnétisés.

On peut invoquer quantité de raisons pour expliquer un tel comportement. Tout



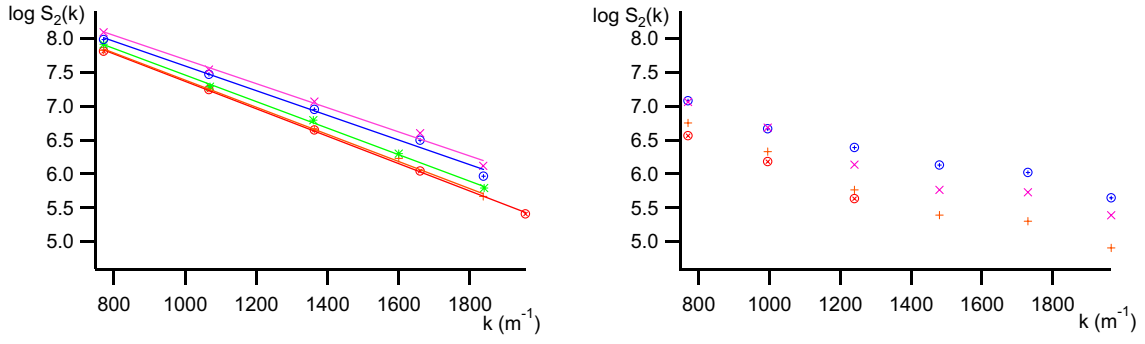


FIG. 5.1 – Le facteur de forme statique  $S_2(\vec{k})$ . A gauche avec un champ magnétique purement toroïdal ( $B_V = 0$  mT); à droite avec une composante verticale supplémentaire de  $B_V = 1,8$  mT.  $B_T = 0,25$  T (points "x" entourés, en rouge),  $0,28$  T (points "+" en orange),  $0,31$  T, (points "\*", en vert),  $0,34$  T (points "+" entourés, en bleu) et  $0,36$  T (points "x", en violet).  
©2005 American Institute of Physics

d'abord, l'équation qui régit le mouvement du plasma n'est pas l'équation de Navier-Stokes, comme pour les écoulements gazeux. Ensuite, nous observons des échelles de l'ordre du rayon de Larmor ionique ou un peu supérieur (nous avons déjà vu au chapitre 4 que nous ne pouvons pas le déterminer exactement). Il est possible que des effets de rayon de Larmor fini expliquent une décroissance aussi rapide de  $S_2(\vec{k})$ , le mouvement cyclotron des particules tendant à uniformiser la densité à des échelles égales ou inférieures à cette longueur caractéristique. Une telle observation de variation exponentielle avait déjà été faite avec le même diagnostic sur le tokamak Tore Supra [59]. Une même logique a conduit à rechercher un ajustement exponentiel. En unité log-log, on observait une rupture de pente marquée. Pour des échelles supérieures au rayon de Larmor ionique, la pente était de 3 à 4,5, selon les expériences, la pente pour des échelles inférieures, supérieure à 5,5 variait dans une gamme encore bien plus grande. En unités semi-logarithmiques, en revanche, une droite apparaissait, ajustant les points expérimentaux sur toute la gamme observée.

Nous avons observé l'évolution de la longueur caractéristique  $l_p$  avec  $B_T$ . Mais comme il nous est impossible de mesurer la température ionique sur ToriX et que la température électronique n'a pas été mesurée en même temps que le signal de diffusion était enregistré, on ne peut comparer cette longueur ni avec le rayon de Larmor ionique,  $\rho_{ci}$ , ni avec le rayon de Larmor effectif (faisant intervenir la masse de l'ion et la température électronique),  $\rho_{cs}$ , qui apparaît naturellement dans un certain nombre de théories. Mais l'ordre de grandeur suffit pour ces lois d'échelles. Nous avons tout de même tracé (Fig. 5.2) cette longueur caractéristique en fonction de l'inverse du champ magnétique et comparé avec le rayon de Larmor ionique moyen (de l'argon) à température ambiante. Le paramètre  $l_p$  est du même ordre que  $\rho_{cs}$  et varie avec l'inverse de  $B$ .

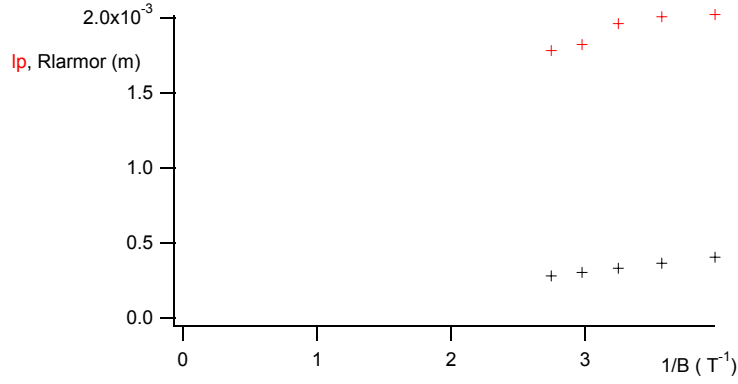


FIG. 5.2 – Longueur caractéristique de décroissance du facteur de forme statique (croix rouge en haut) et du rayon de Larmor calculé à température ambiante (croix noires en bas) en fonction de l'inverse du champ magnétique

### I.2 Plasma avec une petite composante magnétique verticale additionnelle

Comme expliqué au chapitre précédent, une petite composante verticale est ajoutée au champ magnétique pour stabiliser le plasma et limiter les phénomènes de dérive. La valeur du champ magnétique vertical est fixe pour toutes les mesures, quelle que soit la valeur du champ magnétique toroïdal :  $B_V = 0,18$  T. On procède de même pour mesurer le facteur de forme et on obtient les cinq séries tracées en figure 5.1, à droite.

Le facteur de forme statique est significativement plus petit, principalement aux plus grandes échelles sondées. La loi de décroissance de  $S_2(\vec{k})$  en présence d'un champ magnétique vertical est beaucoup moins évidente à déterminer qu'avec un champ purement toroïdal. En effet, comme les effets de dérive de champs croisés sont très atténués, le spectre temporel du signal diffusé est centré en 0 (voir chapitre 4); comme par ailleurs le spectre est plus étroit (largeur à mi-hauteur inférieure à 50 KHz) et que les très basses fréquences (inférieures à 3KHz) sont coupées ou affectées significativement par le filtre, il est clair que le résultat de l'intégration du spectre sur les fréquences sera moins précis que lorsque le spectre est décalé par rapport à l'origine. La partie du spectre interpolée (pour compenser l'effet du filtre) correspond dans le premier cas à un intervalle qui a un poids considérable dans le spectre tandis que dans le second, c'est juste une partie latérale du spectre qui est interpolée, sans influence sur le résultat du calcul. Il semble en tout cas qu'une loi de puissance est cette fois plus adaptée.

L'intérêt de se pencher sur le facteur de forme statique est aussi de valider les hypothèses avancées au chapitre 2. Grâce à la mesure du facteur de forme à deux dimensions en unités absolues, nous pouvons mesurer la partie des fluctuations de densité présente aux échelles observées par diffusion. Cette mesure est effectuée en supposant que la turbulence est isotrope dans les deux directions du plan orthogonal

au champ magnétique. Le taux de fluctuation lié à tous les vecteurs d'onde supérieurs à  $k_{min}$  s'écrit :

$$\langle \tilde{n}^2 \rangle_{k_{min}} = \frac{n_0}{8\pi^3} \frac{2\sqrt{\pi}}{w} 2\pi \int_{k_{min}}^{+\infty} S_2(k_{\perp}) k_{\perp} dk_{\perp}. \quad (5.1)$$

Une évaluation de cette intégrale est faite en utilisant les ajustements en loi de puissance ou en exponentielle de  $S_2(\vec{k})$ . Les contributions des échelles plus petites que celles observées sont négligeables et peu importe en fait le détail de la décroissance de  $S_2(\vec{k})$  aux grands  $k$ , pourvu que celle-ci soit suffisamment rapide. Pour  $B_T = 0,28T$ , on trouve respectivement (suivant le type d'ajustement fait)  $\langle \tilde{n}^2 \rangle_{k_{min}} = 8.10^{14}$  et  $1,3.10^{15}m^{-3}$ , l'ajustement exponentiel surestimant la contribution des échelles observées. Cette quantité est comparée au taux de fluctuation, estimé en mesurant le taux de fluctuation du courant de saturation ionique collecté par une sonde de Langmuir. Le diamètre de celle-ci est de  $0,22mm$ . A la position de la sonde, le taux de variation du courant donne accès au taux de fluctuation intégré sur toutes les échelles sauf celles correspondant aux  $k$  plus grands que  $28.000m^{-1}$ . Nous avons vu que les fluctuations à ces échelles sont négligeables. Nous trouvons  $\langle \tilde{n}^2 \rangle = 9.10^{15}m^{-3}$ . Ainsi l'ensemble des échelles observées par diffusion collective ne contribue qu'à moins d'un dixième au taux de fluctuation total. Il y a donc un ordre de grandeur entre la contribution des échelles observées (jusqu'à quelques  $mm$ ) et celle des grandes échelles.

Comme le spectre spatial de la vitesse présente vraisemblablement un comportement similaire au spectre spatial de la densité, il est raisonnable de dire que les déplacements de matière sont le fait des grandes échelles (plus grandes que l'échelle d'observation). Par conséquent, l'hypothèse faite à l'équation (2.38) est valide dans le cadre de notre expérience. Par ailleurs, nous avons vu au chapitre 4 qu'un faible champ magnétique supplémentaire nous permettait d'obtenir un plasma homogène et d'éviter les convections à très grande échelle qui rendent l'interprétation des spectres difficile (Eq. 2.39). En outre les spectres temporels du signal diffusé sont centrés en zéro et leur largeur croît linéairement avec  $k$ . Ceci est caractéristique d'un spectre représentatif du mouvement turbulent et sans vitesses de phase. Enfin, le niveau de fluctuation est tellement supérieur au niveau d'équilibre qu'une relation linéaire entre les différentes variables fluctuantes (comme la densité et la vitesse) est hautement improbable. C'est pourquoi on peut, arguments expérimentaux à l'appui, affirmer que le déplacement et la densité ne sont pas corrélés, comme supposé à l'équation 2.41. Tous ces différents éléments étant acquis, l'équation 2.45 s'applique. Nous pouvons dès lors assimiler la fonction d'autocorrélation du signal diffusé et la distribution de probabilité des déplacements.

## II Facteur de forme dynamique et mouvement du plasma : première interprétation

### II.1 Traitement du signal superhétérodyne

Les séquences temporelles du signal diffusé ayant été acquises (voir chapitre 4), il s'agit dans un premier temps de calculer la densité spectrale du signal. On utilise

pour cela un programme faisant intervenir l'algorithme de la transformée de Fourier rapide [60]. Le principe est le suivant. Si on calcule directement la transformée de Fourier sur l'ensemble des points, on a une résolution fréquentielle inutilement fine (qui augmente alors avec le nombre de points) mais la variance sur chaque point est médiocre (et ne diminue pas si le nombre de points augmente). C'est pourquoi on utilise plutôt un estimateur moyenné [61]. Les enregistrements d'un million de points sont groupés en 488 paquets de 4096 points<sup>1</sup>, deux paquets successifs se recouvrant à moitié. La densité spectrale est évaluée en moyennant le module de la transformée de Fourier rapide de chacun de ces paquets. Une fenêtre temporelle de type Hanning est utilisée. Cette procédure est suivie à la fois pour le signal obtenu en présence du plasma et pour le signal "blanc" obtenu en absence de plasma. Le bruit étant constitué essentiellement du bruit thermique, du bruit photonique et des battements parasites du laser, il est indépendant du signal. On peut donc l'éliminer en soustrayant sa densité spectrale à celle obtenue à partir du signal enregistré en présence d'un plasma. On gagne ainsi presque deux ordres de grandeurs sur le niveau de bruit. Les deux signaux (signal de diffusion sur un plasma et signal blanc) étant enregistrés coup sur coup, on élimine assez bien les pics lasers parasites, signe que le laser est stable sur une durée de quelques minutes.

Seuls les plasmas obtenus en présence d'un champ magnétique vertical (1,8 mT) se prêtent à une analyse en terme de fonction caractéristique de la distribution de probabilité de déplacement, comme nous l'avons vu plus haut. Les spectres temporels obtenus dans ces conditions ont toujours une largeur supérieure à  $6\text{ kHz}$ . On peut alors vérifier que l'influence des fluctuations microscopiques, décrite à la section IV.4 du chapitre 3, est bien négligeable. Avec un grand rayon de  $0,6\text{ m}$  et une vitesse acoustique ionique de l'ordre de  $2000\text{ m/s}$ , l'élargissement (en fréquence) des spectres temporels de diffusion collective sera donc de l'ordre de  $500\text{ Hz}$ . Nous pourrions donc bien assimiler les spectres de diffusion collective aux spectres des fluctuations turbulentes de densité.

## II.2 Ajustement de la fonction d'Ornstein sur la fonction d'autocorrélation

Nous avons dans un premier temps analysé les résultats obtenus dans ces conditions à l'aide du modèle d'Ornstein, présenté au chapitre 1 (Eq. 1.12). Cette analyse vient naturellement quand on admet que la distribution est gaussienne. En outre la fonction d'Ornstein s'ajuste directement sur la fonction d'autocorrélation. Pour obtenir cette dernière, nous avons calculé la transformée de Fourier inverse de la densité spectrale, obtenue comme indiqué précédemment, par un algorithme de transformée de Fourier rapide. Pour éviter des effets parasites dus à l'élimination par filtrage analogique des basses fréquences (qui peuvent créer des oscillations de la fonction d'autocorrélation sur des temps longs), il a fallu au préalable interpoler la densité spectrale dans la bande de fréquence éliminée par le filtre BF. Nous avons choisi une interpolation parabolique entre  $-4$  et  $4\text{ kHz}$ . Le détail fin de la densité spectrale

---

1. Le nombre de points par paquet et donc le nombre de paquets à nombre de points fixés est le résultat d'un compromis entre la résolution fréquentielle recherchée et le nombre de moyennes nécessaire pour obtenir un spectre exploitable.

autour de son maximum intervient très peu dans la forme de la décroissance de la fonction d'autocorrélation. Avec une telle interpolation, on peut estimer fiable l'estimation ainsi obtenue pour des temps allant jusqu'à  $40\mu s$  (soit environ 15 % de la période associée à  $4KHz$ ). Nous avons ensuite travaillé avec le module de la fonction d'autocorrélation, pour s'affranchir d'éventuels effets Doppler moyens.

On peut vérifier (Fig. 5.3) que le temps d'autocorrélation du signal est bien plus petit que la période d'enregistrement (0,5 s). Cela permet d'affirmer que nous avons bien réalisé une moyenne temporelle sur un temps suffisamment long pour que celle-ci puisse être assimilée à une moyenne d'ensemble, comme nous l'avions supposé au chapitre 2 (section V).

Un programme permet ensuite d'ajuster le module de la fonction d'autocorrélation à la fonction d'Ornstein déjà citée :

$$C(\tau) = A e^{-k^2 u^2 \tau_c (\tau - \tau_c + \tau_c e^{-\tau/\tau_c})} \quad (5.2)$$

Rappelons que  $u$  est la vitesse quadratique moyenne turbulente et  $\tau_c$  est un temps de collision turbulent. Si l'ajustement permet d'obtenir ces paramètres, il est possible de déduire un coefficient de diffusion turbulent :  $D = u^2/\tau_c$  (cf. chapitre premier).

L'algorithme permettant de réaliser un tel ajustement est de type Levenberg-Marquardt [62]. C'est un algorithme itératif qui nécessite d'initialiser les valeurs des paramètres. Le paramètre  $k$  est connu car le banc a été étalonné. Il est donc fixé. Le paramètre d'amplitude  $A$  est quasiment donné par la valeur de la fonction d'autocorrélation en 0. Les paramètres  $u$  et  $\tau_c$  sont plus délicats à saisir. Une méthode consiste à ajuster une exponentielle puis une gaussienne sur la courbe expérimentale. Ce sont les deux formes limites de la fonction d'Ornstein. L'ajustement exponentiel donne une approximation de  $u^2/\tau_c$ ; l'ajustement gaussien donne une approximation de  $u^2$ . Nous avons pu vérifier en essayant plusieurs amorces différentes que cette méthode donne de bons résultats.

Des enregistrements ont été faits pour les valeurs de champ magnétique toroïdal suivantes : 0,22 T, 0,25 T, 0,28 T, 0,31 T, 0,34 T et 0,36 T, toujours en présence d'un champ vertical  $B_V = 1,8mT$ . Pour chaque valeur de champ magnétique, on réalise une série d'enregistrements en faisant varier le paramètre  $k$ . La série des enregistrements faits avec  $B_T = 0,31$  T n'a pas été exploitée car pour une raison inconnue, les spectres temporels présentent deux bosses qui se distinguent très clairement aux plus grandes valeurs de  $k$ . La comparaison entre les courbes expérimentales et leur ajustement numérique peut être visualisée (Fig. 5.3) pour la série correspondant à  $B_T = 0,34$  T.

Les ajustements épousent bien les courbes expérimentales. Cependant, pour s'assurer de la cohérence du modèle, il faut vérifier que les paramètres  $u$  et  $\tau_c$  ne dépendent pas de  $k$ . Certes, on trouve dans la littérature des coefficients de diffusion turbulent qui dépendent de l'échelle sondée. Mais quand on reporte une telle dépendance en  $k$  dans l'expression (5.2), on voit que l'on aboutit à une contradiction

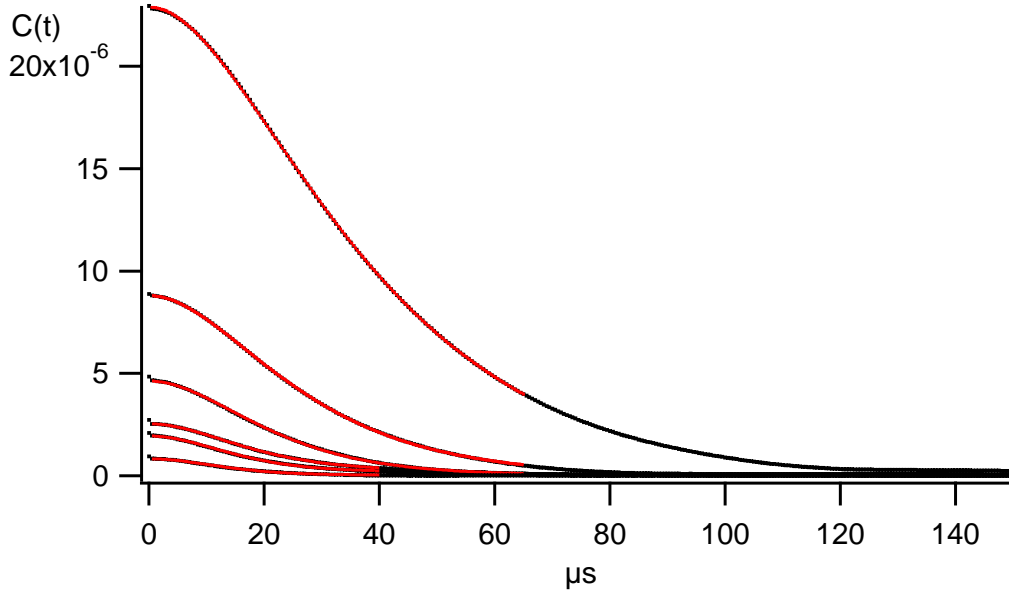


FIG. 5.3 – Modules des fonctions d'autocorrélation du signal pour différents vecteurs d'onde d'analyse et avec  $B_T = 0,34$  T (courbes noires) et leur ajustement avec la fonction d'Ornstein (courbes rouges, limitées aux temps courts). Les deux courbes se superposent dans l'épaisseur du trait.

avec l'hypothèse à la base du modèle : on n'a plus une simple dépendance en  $k^2$  de l'argument de l'exponentielle, c'est-à-dire que la distribution de probabilité du déplacement n'est pas gaussienne. Il est donc nécessaire d'étudier une éventuelle dépendance en  $k$  de  $u$  et de  $\tau_c$ . Ces deux paramètres sont tracés en fonction de  $k$  sur les figures 5.4 et 5.5 pour toutes les valeurs de champ magnétique étudiées, de 0,22 T à 0,36 T.

On observe que le paramètre  $u$  est convenablement constant avec  $k$  sur la gamme d'échelle étudiée. Il n'en va pas de même avec le paramètre  $\tau_c$ , qui varie de plus d'un facteur 2 tandis que  $k$  varie de moins d'un facteur 3. Cette variation est systématique (quelle que soit la valeur du champ magnétique) et significative. Il y a donc une dépendance entre le paramètre ajustable  $\tau_c$  et  $k$ . Ces derniers sont presque inversement proportionnels. Vu que le paramètre  $u$  est constant avec  $k$ , cela entraîne une dépendance de  $D$  en  $k^{-1}$ . Comment un modèle qui ajuste aussi bien les courbes expérimentales se trouve-t-il finalement mis en défaut ? Cela tient à la nature même de la fonction d'Ornstein. Sa transformée de Fourier est capable de s'ajuster à des courbes allant de la gaussienne à la lorentzienne. C'est peu dire que c'est une fonction versatile, capable en fait de s'ajuster sur un grand nombre de courbes.

Quoi qu'il en soit, l'hypothèse d'une distribution de probabilité des déplacements gaussienne se trouve mise en doute. Nous allons donc procéder dans la section suivante à un nouveau dépouillement qui a pour objet de vérifier cette hypothèse d'une distribution gaussienne du déplacement.

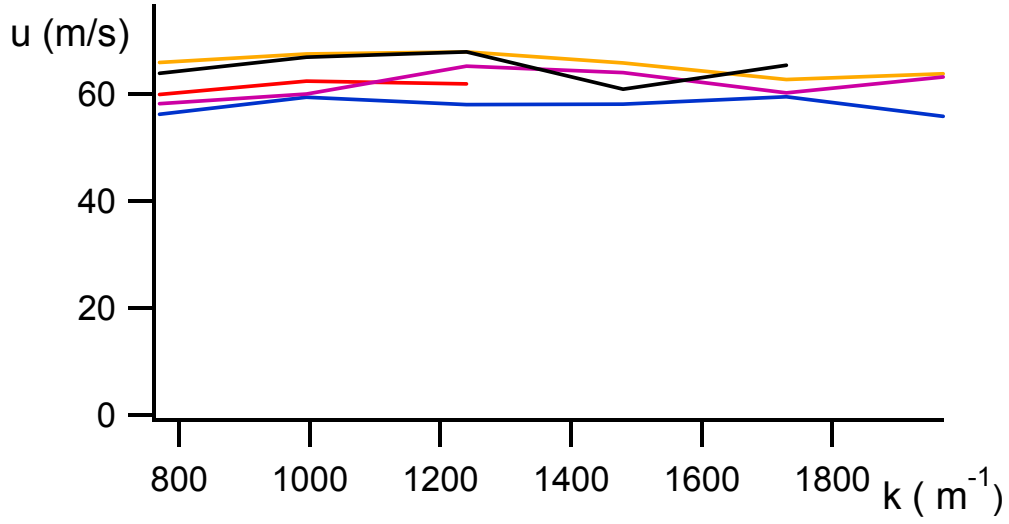


FIG. 5.4 – Le paramètre  $u$  en fonction de  $k$  pour différentes valeurs de  $B_T$ .  $B_T = 0,22$  T (en noir),  $0,25$  T (en rouge),  $0,28$  T (en orange),  $0,34$  T (en bleu) et  $0,36$  T (en violet). On observe que la vitesse  $u$  est approximativement indépendante de  $k$  et de  $B$ .

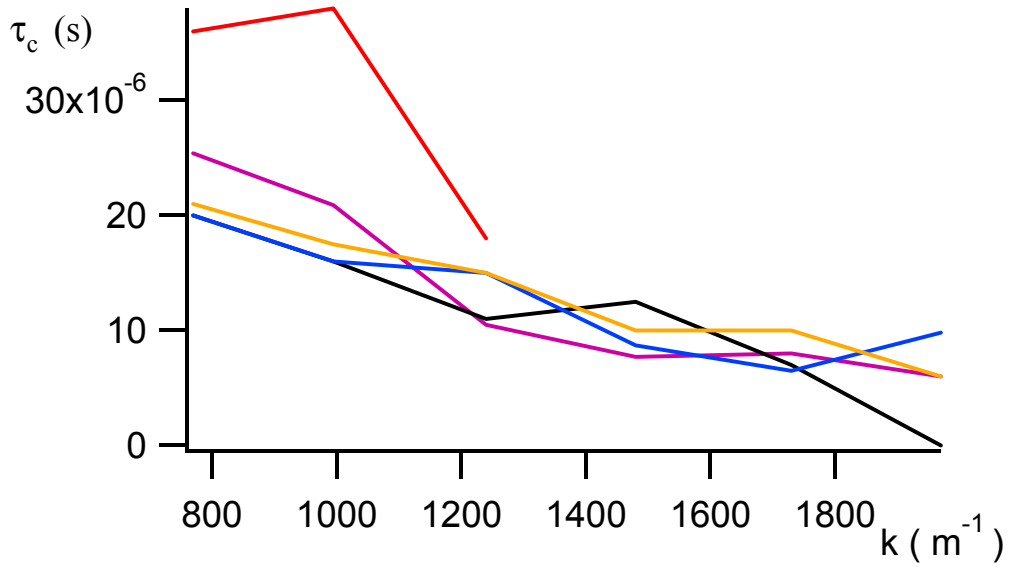


FIG. 5.5 – Le paramètre  $\tau_c$  en fonction de  $k$  pour différentes valeurs de  $B_T$ .  $B_T = 0,22$  T (en noir),  $0,25$  T (en rouge),  $0,28$  T (en orange),  $0,34$  T (en bleu) et  $0,36$  T (en violet). On observe une décroissance systématique de ce temps avec  $k$ .

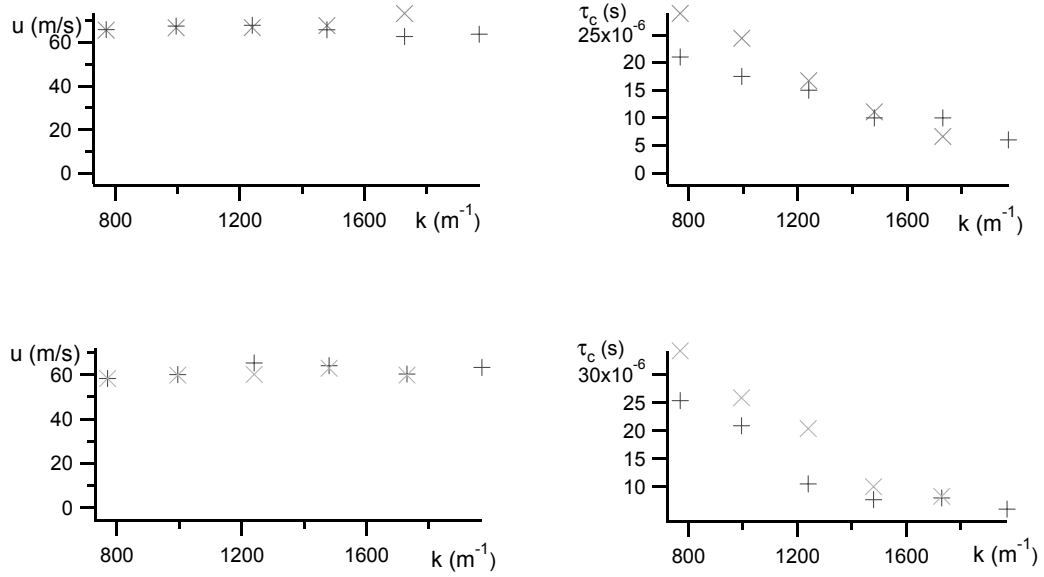


FIG. 5.6 – Les paramètres  $u$  et  $\tau_c$  obtenus avec l'ajustement sur la fonction d'autocorrélation (points "+") et avec l'ajustement sur la densité spectrale (points "X") pour deux valeurs de champ magnétique vertical: 0,28 T (en haut) et 0,36 T (en bas). Les deux méthodes donnent des résultats très proches, ce qui exclut en particulier l'influence de l'interpolation de la densité spectrale autour de la fréquence nulle sur le calcul de la fonction d'autocorrélation aux temps inférieurs à 40  $\mu\text{s}$ .

Avant cela, nous avons souhaité vérifier que cette variation de  $\tau_c$  avec  $k$  n'était pas un effet de l'interpolation opérée sur les densités spectrales autour de la fréquence nulle. Cette dernière pourrait déformer légèrement mais suffisamment les fonctions d'autocorrélation calculées à partir des spectres interpolés. Pour vérifier les résultats obtenus de cette manière, une autre méthode a été suivie qui permet d'ajuster directement sur la densité spectrale<sup>2</sup> (et non pas la fonction de corrélation), en prenant soin de ne pas prendre en considération dans le calcul du  $\chi^2$  les points qui correspondent à des résidus de pics laser parasites et aux fréquences coupées par les filtres. Le programme d'ajustement minimise le  $\chi^2$  entre la densité spectrale expérimentale et la transformée de Fourier rapide de la fonction d'Ornstein. Les résultats obtenus pour les paramètres  $u$  et  $\tau_c$  sont comparés à ceux obtenus avec la méthode précédente (Fig. 5.6). Ils sont tout à fait similaires.

### III Dépendance en $k$ de la fonction d'autocorrélation : statistique non gaussienne des déplacements

Le dépouillement précédent a mis en évidence une contradiction entre l'hypothèse de base du modèle d'Ornstein et les résultats expérimentaux. Dans ces conditions de deux choses l'une : soit cette hypothèse n'a pas lieu d'être, ce qui constitue une

2. Nous avons repris ici un programme écrit par Pascale Hennequin pour ajuster les spectres temporels obtenus avec ALTAIR sur Tore Supra.



nouveauté tout à fait intéressante, soit la variation de  $\tau_c$  avec  $k$  est un artéfact lié à l'algorithme d'ajustement numérique. Cette dernière possibilité est à prendre en compte, car comme cela a été rappelé plus haut, la fonction d'Ornstein est assez versatile. En forçant un peu la main à cet algorithme, il n'est pas impossible d'obtenir des paramètres constants avec  $k$  et néanmoins des courbes qui s'ajustent encore convenablement aux courbes expérimentales, même si le  $\chi^2$  est un peu moins bon. Nous montrons ici qu'il n'en est rien et mettons en évidence une propriété de la turbulence dans notre plasma.

### III.1 Dépendance en $k$ de la fonction d'autocorrélation temporelle

Comme nous l'avons montré, la fonction d'autocorrélation temporelle du signal diffusé, une fois normalisée, est égale à la transformée de Fourier spatiale de la distribution des déplacements du plasma à un temps donné,  $\hat{P}(k, \tau)$ . À la fin de la section précédente nous avons par ailleurs montré que la fonction d'autocorrélation expérimentale, calculée à partir des densités spectrales interpolées, ne souffre pas de biais significatifs dans la limite des temps inférieurs à environ  $40\mu s$ . Nous avons jusqu'ici étudié la dépendance en temps de la fonction d'autocorrélation. Cela nécessitait un modèle qui présupposait une dépendance en  $k$  de  $\hat{P}$ . Nous revenons ici à un niveau plus fondamental : nous étudions la dépendance en  $k$  de  $C_N(\vec{k}, \tau)$ <sup>3</sup>.

Chaque enregistrement temporel ne correspond qu'à un seul vecteur d'onde. Notre banc ne permet pas en effet de visualiser plusieurs vecteurs d'onde simultanément. Cependant, comme les plasmas obtenus à paramètres contrôlables constants sont reproductibles, il est possible de reconstituer la dépendance en  $k$  de  $C_N(\vec{k}, \tau)$  à différents instants  $\tau_0$  en relevant la valeur des fonctions d'autocorrélation obtenues pour une même valeur de champ magnétique mais pour des valeurs de  $k$  différentes, comme indiqué sur la figure 5.7. On obtient alors pour différents temps une fonction de  $k$ ,  $C_N(k, \tau_0) = \hat{P}(k, \tau_0)$ . Les résultats sont tracés sur la figure 5.8 en échelle semi-logarithmique ( $-\log(C(k, t))$  en fonction de  $k$ ) pour les trois valeurs de champ magnétique étudiées :  $B_T = 0,28$  T,  $0,34$  T, et  $0,36$  T.

### III.2 Analyse de la dépendance en $k$ de $P(k, \tau)$

#### Contraintes sur les modèles

À l'aide de la méthode exposée ci-dessus, nous obtenons pour chaque valeur de champ magnétique une série de courbes  $P(k, \tau_0)$  pour différents temps  $\tau_0$ . Sans hypothèse restrictive, nous étudierons le logarithme de la fonction d'autocorrélation :

$$E_c(k, \tau_0) = -\log C_N(k, \tau_0). \quad (5.3)$$

Vu le petit nombre de points pour chaque série (cinq à six), nous établissons quelques contraintes de façon à limiter le nombre de paramètres ajustables dans les modèles.

---

3.  $C_N$  est la fonction d'autocorrélation normalisée. Elle a été obtenue en normalisant  $C$  au paramètre  $A$  qui a été obtenu par ajustement avec la fonction d'Ornstein.

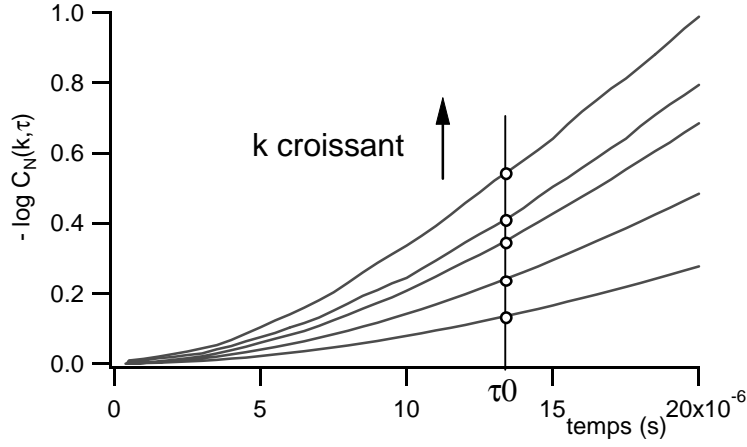


FIG. 5.7 – Reconstitution de la variation en  $k$  de  $C_N(k, \tau_0)$ . Les différentes courbes correspondent aux logarithmes des fonctions d'autocorrélation temporelle du signal diffusé en fonction du temps obtenues pour différents angles de diffusion et correspondant donc à des nombres d'ondes différents.  
©2005 American Institute of Physics

La première contrainte est évidente. Une distribution est normalisée. L'intégrale sur  $\mathbb{R}$  de  $P$  vaut 1, soit  $\hat{P}(k = 0, \tau) = 1$  pour tout  $\tau$ . Alors :

$$E_c(k = 0, \tau) = 0, \text{ pour tout } \tau \quad (5.4)$$

En outre, comme dans nos expériences la vitesse moyenne du plasma est nulle, la dérivée de  $\hat{P}$  est nulle en ce point, dans le cas bien sûr où cette fonction est dérivable par rapport à  $k$  en  $k=0$ . Montrons cela en écrivant que le déplacement moyen est nul :

$$\langle \Delta \rangle = \int \Delta P(\Delta | \tau) d\Delta = i \left( \frac{\partial \hat{P}(k | \tau)}{\partial k} \right)_{k=0} = 0 \quad (5.5)$$

Alors

$$\left( \frac{\partial E_c(k, \tau)}{\partial k} \right)_{k=0} = \left( \frac{\partial \hat{P}(k | \tau)}{\partial k} \right)_{k=0} = 0 \quad (5.6)$$

#### Présentation de deux modèles statistiques et de leur fonction caractéristique

Le premier modèle est le modèle gaussien standard. Dans ce cadre, avec une vitesse moyenne nulle, nous avons :

$$P(\Delta | \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle \Delta^2 \rangle}} \exp \left( -\frac{\Delta^2}{2 \langle \Delta^2 \rangle} \right). \quad (5.7)$$

Dans ce cas,  $C_N(k, \tau)$  présente aussi une dépendance gaussienne avec  $k$ . La fonction  $E_c$ , définie à l'équation (5.3), doit alors présenter une dépendance quadratique en  $k$  :

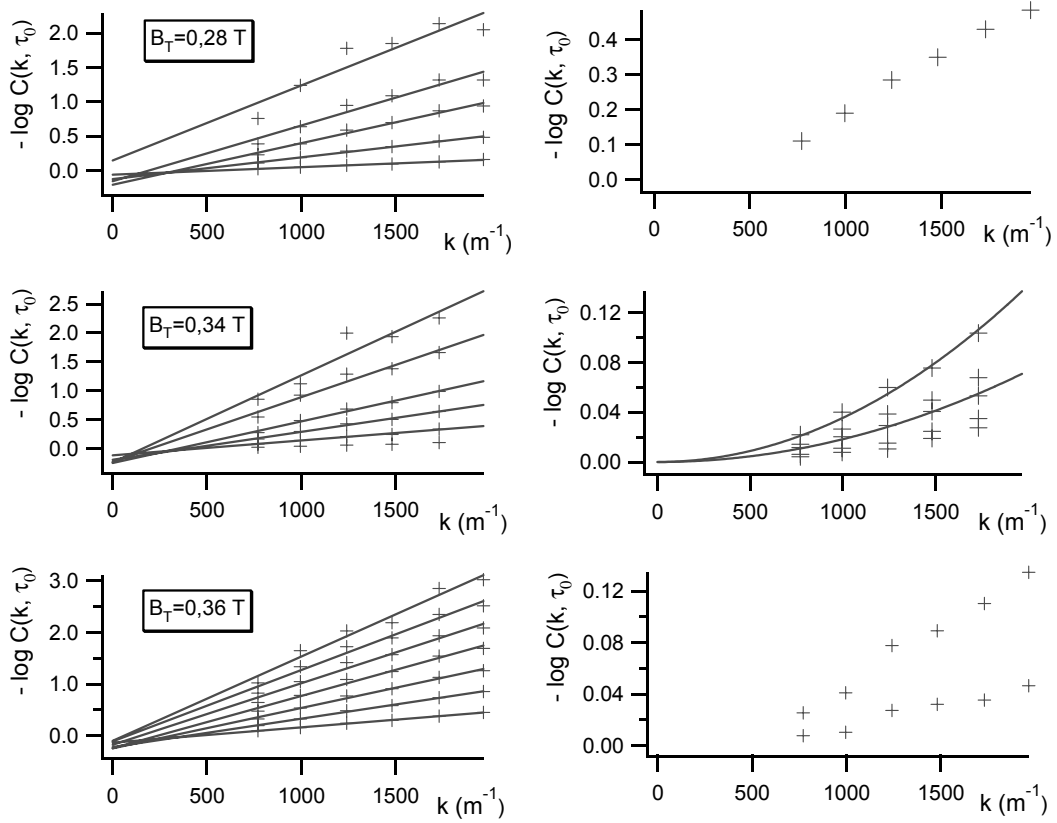


FIG. 5.8 –  $E_c$  en fonction de  $k$  à différents instants :  
 $B_T = 0.28 \text{ T}$  à  $\tau_0 = 10, 15, 20$  et  $30 \mu\text{s}$  (à gauche), à  $\tau_0 = 10 \mu\text{s}$  (à droite);  
 $B_T = 0.34 \text{ T}$  à  $\tau_0 = 5, 10, 15, 20, 30$  et  $40 \mu\text{s}$  (à gauche), à  $\tau_0 = 2, 2.5, 3.5, 4$  et  $5 \mu\text{s}$  (à droite);  
 $B_T = 0.36 \text{ T}$  à  $\tau_0 = 10, 15, 20, 25, 30$  et  $35 \mu\text{s}$  (à gauche), à  $\tau_0 = 2.5$  et  $10 \mu\text{s}$  (à droite).

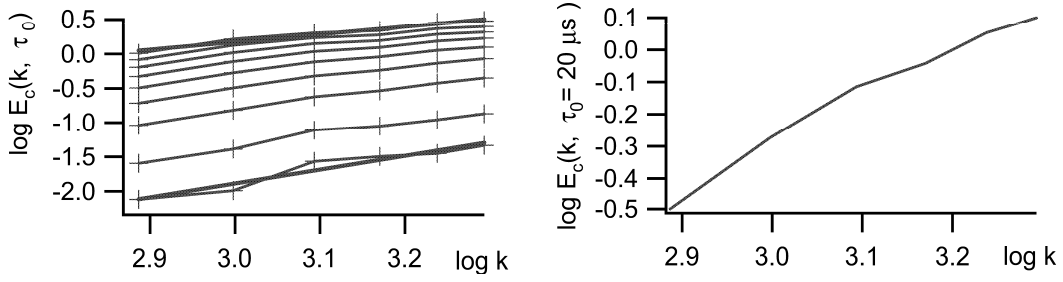


FIG. 5.9 –  $\log(E_c)$  en fonction de  $\log(k)$  à différents instants :  $\tau_0 = 2,5, 5, 10, 15, 20, 30, 35$  et  $40 \mu s$ .  $B_T = 0,36$  T. Un ajustement linéaire est tracé pour  $\tau = 2,5 \mu s$  (pente = 2, en bas) et pour  $\tau = 40 \mu s$  (pente = 1,1, en haut)

$$E_c = \frac{1}{2} < \Delta^2 > (\tau) k^2 \quad (5.8)$$

Les résultats présentés sur la figure 5.8 mettent en doute un tel modèle car l'aspect des variations avec  $k$  obtenues suite à ce nouveau dépouillement tient davantage de la droite que de la parabole. C'est pourquoi nous envisageons la possibilité d'un comportement de type "vol de Lévy", [12, 15] qui généralise le comportement gaussien, comme nous l'avons vu au chapitre 1 (Eq. 1.15). Dans le cas d'une marche aléatoire de type "vol de Lévy" dans un volume illimité, l'expression générale de  $E_c$  s'écrit :

$$E_c = b k^\alpha \text{ avec } 0 < \alpha \leq 2 \quad (5.9)$$

$\alpha = 2$  correspond au cas gaussien. Dans un volume fini, cette expression doit être corrigée, en particulier pour les petits  $k$ .

#### Confrontation aux résultats expérimentaux

Afin de mettre en évidence une loi de puissance en  $k$  pour  $E_c$  et le cas échéant l'exposant  $\alpha$ , nous avons tracé le logarithme de  $E_c$  en fonction du logarithme de  $k$  à différents instants et pour différentes valeurs du champ toroïdal (Fig. 5.9 pour  $B_T = 0,36$  T; Fig. 5.10 pour  $B_T = 0,28$  et  $0,34$  T). Ces courbes montrent qu'un ajustement linéaire de la forme  $\log E_c = \alpha \log k + \log b$ , caractéristique des modèles de Lévy, peut être obtenu. Le paramètre  $\alpha$  est l'exposant de Lévy et  $d = b^{1/\alpha}$  est un paramètre homogène à une distance reliée à la largeur de la fonction de distribution du déplacement. Les paramètres  $\alpha$  et  $d$  obtenus par ajustement linéaire sur les courbes des figures 5.9 ( $B_T = 0,36$  T) et 5.10 ( $0,28$  T et  $0,34$  T) sont tracés en fonction du temps sur la figure 5.11.

Pour toutes les valeurs de champ magnétique toroïdal utilisées, on constate une distribution gaussienne des déplacements ( $\alpha = 2$ ) aux temps courts ( $\tau < 10 \mu s$ ), comme le suggéraient les courbes de la figure 5.8, à droite. Le paramètre  $\alpha$  décroît ensuite avec le temps d'une valeur proche de 2 à une valeur proche de 1,1 (Fig. 5.11, en haut). A un temps donné, un léger affaissement de la pente est sensible quand  $k$  croît (Fig. 5.9, à droite). Le paramètre  $d$  (Fig. 5.11, en bas) croît linéairement avec

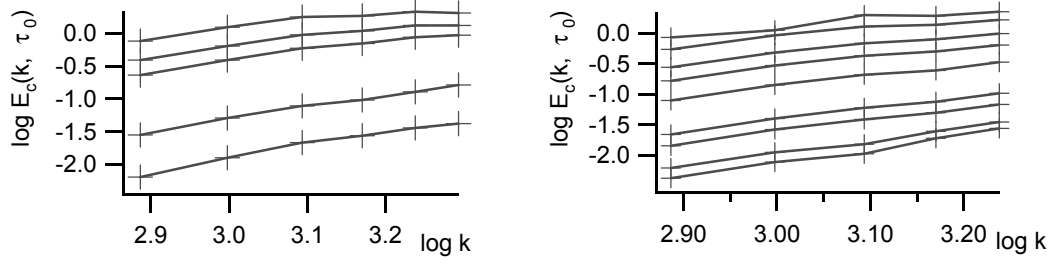


FIG. 5.10 –  $\log(E_c)$  en fonction de  $\log(k)$  à différents instants. A gauche,  $B_T = 0,28$  T :  $\tau_0 = 5, 10, 15, 20$  et  $30$   $\mu s$ . A droite  $B_T = 0,34$  T :  $\tau = 2, 2,5, 4, 5, 10, 15, 20, 30$  et  $40$   $\mu s$

le temps. Le taux d'accroissement de  $d$ , homogène à une vitesse vaut 54, 32, et 28  $m/s$  respectivement pour les valeurs de champ magnétique toroïdal de 0,28 T, 0,34 T et  $B_T = 0,36$  T (Fig. 5.11, en bas).

Avant de commenter ces résultats, nous proposons de les regarder d'une autre manière. Nous avons mis sur un même graphique toutes les fonctions d'autocorrélation obtenues pour une même valeur de champ magnétique toroïdal (Fig. 5.12, en haut). Supposons que ces fonctions sont de la forme

$$C_N(k, \tau) = e^{-(d(\tau)k)^\alpha}.$$

Prenons les logarithmes de ces fonctions et multiplions les par  $(k_0/k)^\alpha$ ,  $k_0$  étant une constante de l'ordre de grandeur des nombres d'onde utilisés (nous avons pris ici  $k_0 = 1000 m^{-1}$ ). Pour revenir aux unités habituelles de la fonction d'autocorrélation, prenons l'exponentielle de ce produit. Si l'hypothèse d'une variation de  $\log C_N$  en  $k^\alpha$  est correcte, on doit obtenir une série de valeurs expérimentales ainsi renormalisées qui ne dépendent plus de  $k$  :

$$C_{k^\alpha} = e^{(\frac{k_0}{k})^\alpha \ln(C_N(k, \tau))} = e^{-(d(\tau)k_0)^\alpha}$$

Sur la figure 5.12, nous avons effectué cette renormalisation pour deux valeurs de  $\alpha$  :  $\alpha = 2$  (au milieu) correspondant à l'hypothèse d'une fonction de distribution gaussienne et  $\alpha = 1,1$  (en bas). Il est clair que les courbes renormalisées se superposent mieux dans le second cas. A deux remarques près. Lorsqu'on choisit de renormaliser avec  $\alpha = 1,1$ , on voit que la corrélation qui correspond à la plus petite valeur de  $k$  met plus de temps à converger vers les autres. Au contraire, quand on choisit  $\alpha = 2$ , les deux courbes correspondant aux deux plus petites valeurs de  $k$  sont pour ainsi dire confondues. Il apparaît donc que la convergence vers une distribution de Lévy n'est pas immédiate et que dans l'espace de Fourier, cette convergence est plus lente pour les grandes échelles.

### III.3 Interprétation des résultats

Les processus stables de Lévy semblent donc appropriés pour rendre compte des fonctions caractéristiques observées. Il existe cependant quelques divergences par rapport à une unique loi de puissance. On observe notamment une décroissance

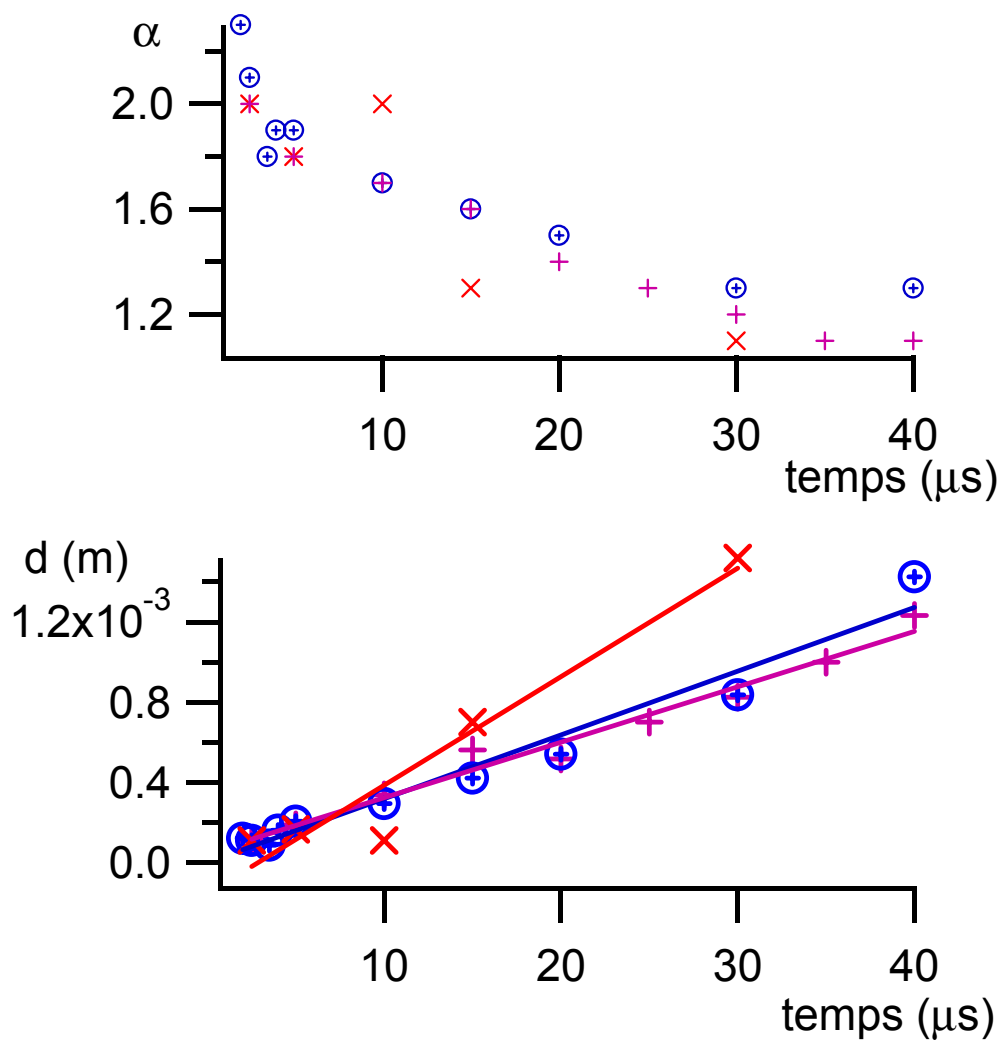


FIG. 5.11 – Paramètres issus des ajustements linéaires sur  $\log(E_c)$  :  $\alpha$  (en haut) et  $d$  (en bas) en fonction du temps pour  $B_T = 0,28 \text{ T}$  (points "x" en rouge),  $0,34 \text{ T}$  (points "x" entourés en bleu) et  $0,36 \text{ T}$  (points "+" en violet).  
 ©2005 American Institute of Physics

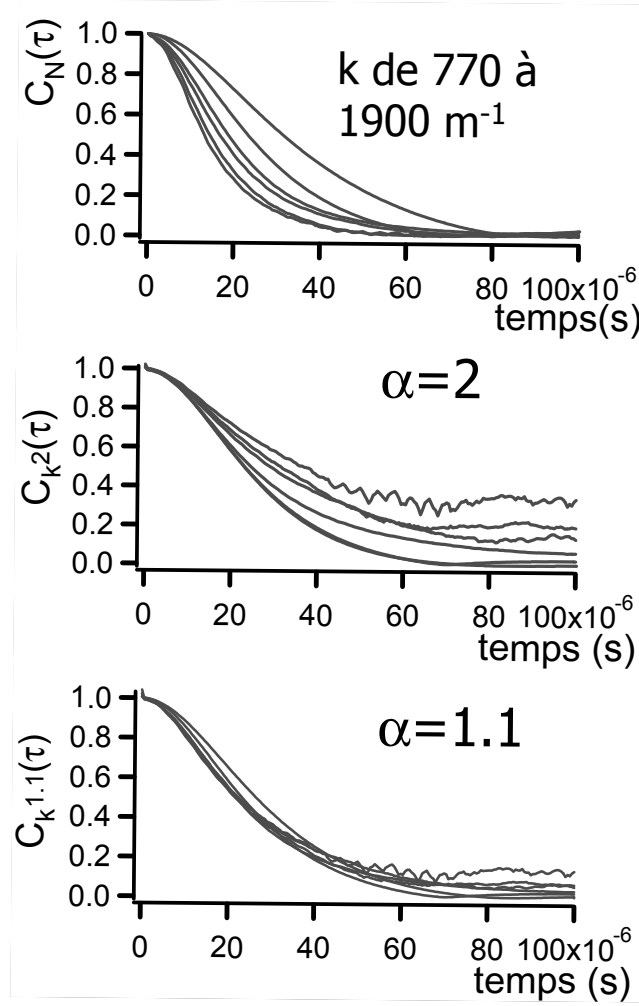


FIG. 5.12 – Renormalisation des fonctions d'autocorrélation. En haut, les fonctions d'autocorrélation expérimentales. Au milieu, renormalisation avec  $\alpha = 2$ . En bas, renormalisation avec  $\alpha = 1,1$ . La renormalisation utilisée est de la forme  $\exp((k_0/k)^\alpha \ln(C_N))$

de l'exposant de Lévy avec le temps. Plusieurs explications peuvent être avancées. Contrairement à la statistique gaussienne, une statistique de Lévy avec  $0 < \alpha < 2$  fait intervenir une distribution à décroissance lente : les événements extrêmes sont rares mais possibles. En conséquence, une marche aléatoire dont la statistique devrait converger vers une distribution stable de Lévy y parvient seulement dans un volume illimité et en l'absence de limitation au niveau des vitesses de déplacement.

On peut penser que l'évolution de l'exposant  $\alpha$  avec le temps est due principalement aux vitesses finies, comme le suggère le modèle de Schlessinger [17]. Le fait que l'intervalle de vitesse effectivement accessible soit limité empêche des déplacements très longs, notamment aux temps courts. En particulier, s'il existe une vitesse quadratique moyenne,  $w$ , la probabilité d'un déplacement  $\Delta$  après un temps  $\tau$  beaucoup plus grand que  $w\tau$  est négligeable. L'effet de cette limitation est plus fort aux temps courts et plus sensible aux grandes échelles (aux petits  $k$ ). Il devient de moins en moins fort au fur et à mesure que le temps augmente.

Ces remarques sont cohérentes avec les observations de la figure 5.9 (à droite) et de la figure 5.11. Aux temps courts, la fonction de distribution des déplacements a toutes les chances d'être une image de la distribution en vitesse :  $\Delta = v\tau$ ,  $v$  étant la vitesse (supposée constante pendant le temps d'observation) de la particule fluide pendant ce court déplacement. En quelque sorte, en reprenant un modèle de marche aléatoire, on est alors en train de regarder les particules faire leur premier pas. Comme aux temps courts l'exposant de Lévy  $\alpha$  est proche de 2, cela signifie que la distribution en vitesse des particules fluides est proche d'une gaussienne : il existe une vitesse turbulente quadratique moyenne  $w$ .

Aux temps plus longs, nos observations permettent de tirer d'autres conclusions. Comme la fonction de distribution des déplacements turbulents tend vers une distribution de Lévy avec un exposant  $\alpha$  proche de 1,1 alors que la distribution des vitesses turbulentes est proche d'une gaussienne, nous concluons que la vitesse lagrangienne a une fonction d'autocorrélation temporelle qui présente une décroissance lente, c'est-à-dire qui n'a pas de temps caractéristique associé. Dans le cas contraire, l'existence simultanée d'une vitesse et d'un temps caractéristiques impliquerait l'existence d'une longueur caractéristique et donc une distribution des déplacements turbulents gaussienne ou convergeant rapidement vers une gaussienne. Enfin, l'existence d'une vitesse turbulente caractéristique est également compatible avec l'observation faite sur la figure 5.12, à savoir que les grandes échelles convergent moins vite que les petites. Les grandes échelles correspondent aux trajets les plus rapides, à vitesse caractéristique constante, à savoir des déplacements qui font intervenir le moins de changements de direction possible et donc des pas longs. Nous avons déjà conclu que des pas longs correspondent à des déplacements pour lesquels la perte de mémoire de la vitesse initiale est lente. Ces pas longs ne peuvent être obtenus que progressivement. Aux temps trop courts pour laisser le temps aux particules fluides d'achever ces pas longs, les déplacements de cette échelle restent une image de la distribution en vitesse, à savoir une gaussienne. Ce n'est qu'ensuite, lorsqu'on a laissé le temps aux pas de cette échelle de s'additionner avec d'autres pas d'échelle équivalente ou plus petite que la convergence vers la statistique de Lévy limite a lieu.



Compte-tenu des conclusions précédentes, la possibilité d'un comportement asymptotique linéaire en  $k$  de  $E_c$  ( $\alpha = 1$ ) est considérée. Le fait de travailler avec une valeur fixe de  $\alpha$  donne plus de sens à l'évolution du paramètre  $d$  avec le temps. En effet, dans le cas où l'exposant change, la signification de  $d$  change également. Pour  $\alpha = 2$ ,  $d$  est la longueur caractéristique de la distribution : tous les déplacements effectivement possibles à un instant donné sont de l'ordre de  $d$ . C'est de moins en moins vrai dès que  $\alpha$  diminue : les queues des distributions prenant alors une importance croissante. Nous nous attendons à ce que la convergence vers l'asymptote en  $k$  soit plus rapide et donc plus marquée aux temps longs qu'aux temps courts. Nous allons donc à nouveau analyser les résultats expérimentaux en utilisant les deux hypothèses limites :  $\alpha = 1$  et  $\alpha = 2$ .

Les ajustements linéaires sur  $E_c$  (et quelques ajustement quadratiques) sont présentés sur la figure 5.8. Comme on recherche un comportement asymptotique et non une pure statistique de Lévy, on autorise la droite à ne pas passer par l'origine ( $k = 0$ ). Les ajustements linéaires sont alors de la forme  $d'k + c$ . D'après l'équation 5.6, la pente à l'origine de  $E_c$  doit être nulle. Par conséquent, pour que le modèle soit cohérent, il est nécessaire que le paramètre  $c$  soit toujours négatif, aux barres d'erreur près. D'autre part, pour comparer une nouvelle fois avec le modèle gaussien, nous avons aussi réalisé un ajustement parabolique de la forme  $K_2 k^2$ .

Les résultats de ces deux ajustements, effectués sur les fonctions de corrélation obtenus avec les champs magnétiques toroïdaux  $B_T = 0,34$  T et  $B_T = 0,36$  T, sont présentés dans le tableau 5.1. La qualité des ajustements est estimée par le  $\chi^2$ . Hormis aux temps courts ( $\tau < 10 \mu s$ ) l'ajustement linéaire est toujours clairement le meilleur. Nous pouvons une nouvelle fois vérifier que la distribution des déplacements n'est pas une fonction gaussienne de  $k$ . Le paramètre  $c$  est systématiquement et significativement (au sens de l'incertitude statistique) négatif, comme nous l'attendions. Ceci est cohérent avec un comportement asymptotique en  $k$  de type "vol de Lévy". (la loi de puissance en  $\alpha$  pour  $E_c$  existe pour les grands  $k$ , c'est-à-dire les petites échelles, la notion de "grand" et de "petit" dépendant, comme nous l'avons vu, du temps). Un exposant de Lévy existe et cet exposant est plus proche de 1 que de 2. La distribution des déplacements turbulents est donc une fonction de la distance plus large que la gaussienne. La même procédure, appliquée aux résultats obtenus avec  $B_T = 0,28$  T, mène à la même conclusion.

Le paramètre  $d'$  obtenu à partir de l'ajustement linéaire sur  $E_c$  (Fig. 5.8) croît linéairement avec le temps, quelle que soit la valeur du champ magnétique toroïdal considérée, 0,28, 0,34, ou 0,36 T. Dans les trois cas, un ajustement linéaire de la forme est réalisé sur  $d'$  :  $d' = u\tau + a_0$ . Les trois séries donnent le même résultat :  $u$  est proche de  $40$  m/s (Fig. 5.13). Ce résultat est différent de celui obtenu précédemment, où le paramètre homogène à une vitesse variait avec  $B_T$ .

Si le comportement asymptotique que nous observons dans le domaine des vecteurs d'onde accessibles au banc optique pouvait être étendu à toutes les valeurs de  $k$  et à tout instant, alors on aurait  $\hat{P}(k|\tau) = e^{-ku\tau}$  et la fonction de distribution des déplacements serait une lorentzienne :

$\chi^2$	$B_T = 0,34 \text{ T}$		$B_T = 0,36 \text{ T}$	
$\tau(\mu s)$	fit parabolique	fit linéaire	fit parabolique	fit linéaire
2.5	6,6e-6	3,0e-5	1,0e-4	3,3e-5
5	6,5e-5	8,3e-5	5,8e-4	9,1e-5
10	1,9e-3	2,6e-4	4,8e-3	3,0e-4
20	4,4e-2	7,2e-4	1,2e-1	7,8e-4
30	2,6e-1	1,1e-3	6,0e-1	1,2e-3
40	3,7e 0	1,5e-3	1,4e 0	1,6e-3

TAB. 5.1 –  $\chi^2$  (non normalisé) des ajustements sur  $E_c(k)$  avec une parabole et une droite pour  $B_T = 0.34$  et  $0.36 \text{ T}$ . Pour  $B_T = 0.36 \text{ T}$  le meilleur ajustement est toujours linéaire.

$$P(\Delta|\tau) = \frac{1}{\pi u \tau} \frac{1}{1 + (\frac{\Delta}{u\tau})^2}. \quad (5.10)$$

Il est bon de rappeler que  $u$  est certes homogène à une vitesse mais n'est en aucun cas une vitesse moyenne ou une vitesse quadratique moyenne. L'équation 5.10 décrit une expansion auto-similaire de la distribution de probabilité du déplacement qui s'élargit à la vitesse  $u$ . Une telle expansion est beaucoup plus rapide que ce que produirait une diffusion brownienne. Pour celle-ci, la distribution de probabilité est une gaussienne dont l'écart-type croît comme la racine carrée du temps. La distribution de probabilité 5.10 s'apparente à un processus d'explosion de la matière. Puisqu'une telle distribution de probabilité n'a pas de valeur quadratique moyenne du déplacement  $\Delta$  à un temps  $t$  donné, et il est a fortiori impossible de définir une variation temporelle de  $\langle \Delta^2 \rangle$  avec le temps. Partant, il n'y a pas de mécanisme "diffusif" au sens de la diffusion "brownienne", le rapport de  $\langle \Delta^2 \rangle / t$  n'est pas défini, il n'y a pas de coefficient de diffusion et pas d'équation de transport du type de la "loi de Fick". La turbulence que nous observons dans "ToriX" implique des flux de particules qui ne peuvent être modélisés avec des équations de diffusion. Cela rejoint d'autres observations faites dans des plasmas magnétisés de géométrie très variées [63, 64], qui révèlent des épisodes de transport intermittents. D'autres approches doivent être développées pour rendre compte du transport turbulent existant dans ces plasmas.

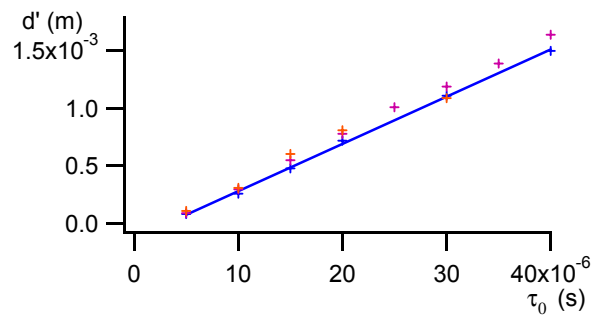


FIG. 5.13 – Variation du coefficient  $d'$  de la fonction caractéristique du déplacement en fonction du temps pour différentes valeurs de champ magnétique. En rouge,  $B_T = 0,28$  T; en bleu,  $B_T = 0,34$  T et en violet  $B_T = 0,36$  T. On observe une croissance linéaire de  $d'$  avec le temps à une vitesse de 40 m/s, quelle que soit la valeur du champ magnétique.  
©2005 American Institute of Physics

## CONCLUSION

Les recherches présentées dans cet ouvrage ont permis des avancées tant sur la caractérisation du mouvement turbulent à travers un champ magnétique toroïdal que sur la compréhension du diagnostic de diffusion collective lui-même.

En ce qui concerne ce dernier point, nous avons justifié l'interprétation de la diffusion de la lumière aux grandes échelles comme étant une diffusion sur les fluctuations de la densité fluide. Nous avons mené pour cela un calcul prenant en compte le caractère discret des particules et les fluctuations induites par le mouvement thermique de ces dernières. Il en résulte que le caractère discret des diffuseurs est négligeable, quoique potentiellement sensible. Nous avons par ailleurs écrit les conditions dans lesquelles il est possible d'identifier la fonction d'autocorrélation du signal diffusé à la fonction caractéristique de la distribution des déplacements turbulents.

Nous avons mis en évidence que l'ajout d'une petite composante verticale au champ magnétique toroïdal permet d'obtenir un plasma uniforme. Nous avons élargi la méthode classique de la caractéristique d'une sonde de Langmuir pour observer localement et simultanément les fluctuations de potentiel, de densité et de température, en montrant que celles-ci ne relèvent pas d'un simple modèle d'onde progressive. Les fonctions d'autocorrélation du signal diffusé, identifiées à la fonction caractéristique du déplacement turbulent, ont été analysées. Il s'est avéré que la statistique du déplacement turbulent à un temps donné présente les caractéristiques d'une marche de Lévy, avec un paramètre  $\alpha$  proche de 1. C'est une observation originale en physique des plasmas. En mécanique des fluides, il est possible de mesurer l'écart-type de la distance entre deux traceurs initialement placés au même point. Rien de tel n'existe en physique des plasmas et seules des preuves indirectes de l'existence de statistiques de Lévy pour le déplacement turbulent étaient disponibles jusque là. Nous apportons ici un résultat qui peut être rapporté directement aux modèles théoriques.

Bien sûr, ce résultat ne tient que pour un plasma confiné par un champ magnétique toroïdal, sans transformée rotationnelle et sans cisaillement. Une étude de la statistique du déplacement turbulent par diffusion collective doit être maintenant menée sur d'autres machines. Par ailleurs, les conséquences de l'existence d'une telle distribution du déplacement turbulent sur le transport à grande échelle mériteraient d'être examinées.



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] E. Mazzucato. Small-scale density fluctuations in the adiabatic toroidal compressor. *Phys. Rev. Let.*, 36(14), 1976.
- [2] B. Diu, G. Guthmann, D. Lederer, and B. Roulet. *Physique statistique*, chapitre 4. Hermann, 1989.
- [3] L.S. Ornstein. *Proc. Acad. Amst*, 21, 1919.
- [4] L.S. Ornstein and G.E. Uhlenbeck. On the theory of the brownian motion. *Phys. Rev.*, 36:823–841, 1930.
- [5] B.P. Tomchuk. *Diffusion des particules transversalement au champ magnétique et diffusion exacerbée des ondes électromagnétiques*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 2000.
- [6] M. Lesieur. *turbulence in fluids*. Kluver, 3<sup>th</sup> edition, 1997.
- [7] J.P. Villain, R. André, C. Hanuise, and D. Grésillon. Observation of the high latitude ionosphere by HF radars : Interpretation in terms of collective wave scattering and characterization of turbulence. *J. of Atmospheric and Terrestrial Phys.*, 58(8/9):943–958, 1996.
- [8] F. Hinton and R. Hazeltine. Theory of plasma transport in toroidal confinement systems. *Rev. Mod. Phys.*, 48(2):239–308, 1976.
- [9] J. Weiland and A. Hirose. Electromagnetic and kinetic effects on the ion temperature gradient mode. *Nucl. Fusion*, 32(1):151–156, 1992.
- [10] Y. Sarazin. *Etude de la turbulence de bord dans les plasmas de tokamaks*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier-Grenoble I, 1997.
- [11] X.L. Zou, G. Giruzzi, J.F. Artaud, F. Bouquey, A. Cléménçon, C. Darbos, R.J. Dumont, C. Guivarch, M. Lennholm, R. Magne, and J.L. Ségui. Electron heat transport and ECRH modulation experiments in Tore Supra tokamak. *Nucl. Fusion*, 43(11):1411–1420, 2003.
- [12] J.P. Kahane. *Definition of Stable Laws, Infinitely Divisible Laws, and Lévy Processes*, page 99. In Shlesinger et al. [21], 1995.
- [13] E.W. Montroll and M.F. Shlessinger. *On the Wonderful World of Random Walks*. Elsevier Science, 1984.
- [14] R. Balescu. Anomalous transport in turbulent plasma and continuous time random walks. *Phys. Rev. E*, 51(5), 1995.
- [15] B.Ph. Van Milligen, R. Sánchez, and B.A. Carreras. Probabilistic finite-size transport model for fusion : Anomalous transport and scaling laws. *Phys. Plasmas*, 11(5):2272–2284, 2004.
- [16] R. Jha, D.R. Kulkarni, J.C. Parikh, and ADITYA Team. Evidence of Lévy stable process in tokamak edge turbulence. *Phys. Plasmas*, 10(3):699–704, 2003.

- [17] M. F. Shlesinger, J. West, B., and J. Klafter. Lévy dynamics of enhanced diffusion: Application to turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 58(11):1100, 1987.
- [18] B.A. Carreras, V.E. Lynch, and G.M. Zaslavsky. Anomalous diffusion and exit time distribution of particle tracers in plasma turbulence model. *Phys. Plasmas*, 8(12):5096–5102, 2001.
- [19] R. Sánchez, B. Ph. Van Miligen, and B. A. Carreras. Probabilistic transport models for plasma transport in the presence of critical thresholds: Beyond the diffusive paradigm. *Phys. Plasmas*, 12:056105, 2005.
- [20] C. Hidalgo. Edge turbulence and anomalous transport in fusion plasmas. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 37:A53–A67, 1995.
- [21] Michael F. Shlesinger, George M. Zaslavsky, and Uriel Frisch, editors. *Lévy Flights and Related Topics in Physics*. Springer, 1995.
- [22] R. Balescu. *Statistical Dynamics: Matter Out of Equilibrium*. Imperial College Press, 1997.
- [23] C. Honoré. *Le signal complexe de la diffusion collective de la lumière et les écoulements turbulents*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 1996.
- [24] A. Kharchenko. *La diffusion de la lumière par les gaz: de la diffusion incohérente à la diffusion exacerbée; application à la vélocimétrie*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 2000.
- [25] R.E. Slusher and C.M. Surko. Study of density fluctuations in plasmas by small-angle  $CO_2$  laser scattering. *Phys. Fluids*, 23(3):472–490, 1980.
- [26] A. Truc, A. Quéméneur, P. Hennequin, D. Grésillon, and F. Gervais. ALTAIR: an infrared laser scattering diagnostic on the Tore Supra tokamak. *Rev. Sci. Instrum.*, 63(7):3716–3724, 1992.
- [27] N.P. Basse, S. Zoletnik, S. Bäuml, M. Endler, M. Hirsch, K. McCormick, A. Werner, and the W7-AS Team. Turbulence at the transition to the high density H-mode in Wendelstein 7-AS plasmas. *Nuclear Fusion*, 43(1):40–48, 2003.
- [28] C. Hanuise, J.P. Villain, D. Grésillon, B. Cabrit, R.A. Greenwald, and K.B. Baker. Interpretation of HF radar ionospheric doppler spectra by collective wave scattering theory. *Ann. Geophysicae*, 11:29, 1993.
- [29] E. Holzhauser and J.H. Massing. An analysis of optical mixing in plasma scattering experiments. *Plasma Phys.*, 20(9):867, 1978.
- [30] L. Lading, G. Wigley, and P. Buchhave. *Optical Diagnostics for Flow Processes*, page 229 et seq. Plenum, 1994.
- [31] G. Bruhat. *Cours de physique générale: Optique*, page 1014. Masson, 6<sup>ème</sup> édition, 1992.
- [32] M. Born and E Wolf. *Principles of optics*, chapter 8.3. Pergamon, 1959.
- [33] D. Grésillon, C. Stern, A. Hémon, A. Truc, and T. Lehner. Density fluctuation measurement by far infrared light scattering. *Phys. Scripta*, T2(2):459–466, 1982.
- [34] B.T. Chu and L.S.G. Kovasznay. Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *J. Fluid. Mech.*, 3:494–514, 1958.
- [35] A.S. Monin and Yaglom A.M. *Statistical Fluid Dynamics: Mechanics of Turbulence*, volume 1, chapter I.7. MIT press, Cambridge, 1971.

- [36] N.J. Peacock, D.C. Robinson, M.J. Forrest, P.D. Wilcock, and V.V. Sannikov. Measurement of the electron temperature by Thomson scattering in tokamak T3. *Nature*, 224:488–490, 1969.
- [37] K.L. Bowles. Incoherent scattering by free electrons as a technique for studying the ionosphere and exosphere : some observation and theoretical consideration. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 65D(1):1–14, 1961.
- [38] E.E. Salpeter. Electron density fluctuations in a plasma. *Phys. Rev.*, 120(5):1528–1535, 1960.
- [39] E.E. Salpeter. Plasma density fluctuation in a magnetic field. *Phys. Rev.*, 122(6):1663–1673, 1961.
- [40] J. A. Fejer. Scattering of radio waves by an ionised gaz in thermal equilibrium in the presence of a uniform magnetic field. *Can. J. Phys.*, 39:716–740, 1961.
- [41] I.H. Hutchinson. *Principles of Plasma Diagnostics*, chapter 7, page 258. Cambridge University Press, 1987.
- [42] D. Quémada. *Ondes dans les plasmas*. Hermann, 1968.
- [43] D.G. Swanson. *Plasma waves*, page 155. Academic Press, 1989.
- [44] I.H. Hutchinson. *Principles of Plasma Diagnostics*, chapter 7, page 274. Cambridge University Press, 1987.
- [45] R. Behn, D. Dicken, J. Hackmann, S.A. Salito, M.R. Siegrist, P.A. Krug, I. Kjelberg, B. Duval, B. Joye, and A. Pochelon. Ion temperature measurement of tokamak plasmas by collective Thomson scattering of  $D_2O$  laser radiation. *Phys. Rev. Let.*, 62(24):2833, 1989.
- [46] I.H. Hutchinson. *Principles of Plasma Diagnostics*, chapter 4. Cambridge University Press, 1987.
- [47] J.D. Jackson. *Classical Electrodynamics*, chapter 10. Wiley, 3<sup>th</sup> edition, 1999.
- [48] P. Gilles de Gennes. L’observation des corrélations de vitesse et de pression dans un écoulement turbulent. *Comptes-rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 262:74–77, 1966.
- [49] J.C. Lelièvre and J. Picard. Observation d’une lumière diffusée par un gaz en mouvement turbulent. *Comptes-rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 290:473–476, 1980.
- [50] D. Grésillon, J. Olivain, A. Truc, T. Lehner, and C.M. Surko. The ion feature in a laboratory plasma : Theory and experiment using  $CO_2$  laser light scattering. *Phys. Fluids*, 27:1030, 1984.
- [51] V.I. Demidov, S.V. Ratynskaia, and Rypdal K. Electric probes for plasmas: The link between theory and instrument. *Rev. Sci. Instrum.*, 73(10):3409–3439, 2002.
- [52] A. Truc, A. Quéméneur, P. Hennequin, D. Grésillon, F. Gervais, C. Laviron, and J. Olivain. ALTAIR: Banc optique de diffusion cohérente pour l’étude des fluctuations de densité dans le tokamak tore supra. Rapport interne, LPTP, Déc. 1990.
- [53] D.R. Lide, editor. *Handbook of Chemistry and Physics*, chapter 14. CRC press, 85<sup>th</sup> edition, 2005.
- [54] I.H. Hutchinson. *Principles of Plasma Diagnostics*. Cambridge University Press, 1987.



- [55] S.H. Müller, A. Fasoli, B. Labit, M. McGrath, M. Podestà, and F.M. Poli. Effects of a vertical magnetic field on particle confinement in a magnetized plasma torus. *Phys. Rev. Lett.*, 93(16):165003, 2004.
- [56] S.V. Ratynskaia and V. Demidov. A probe for measurements of electrostatic fluctuations in a low-temperature magnetized plasma. *Rev. Sci. Instrum.*, 71(3):1367–1369, 2000.
- [57] W. Horton. Drift waves and transport. *Rev. Mod. Phys.*, 71(3), 1999.
- [58] K. Rypdal and S. Ratynskaia. Fluctuation threshold and profile resilience in weakly ionized plasma in a curved, unsheared magnetic field. *Phys. Plasmas*, 11(10):4623–4633, 2004.
- [59] P. Hennequin, R. Sabot, C. Honoré, G.T. Hoang, X. Garbet, A. Truc, C. Fenzi, and A. Quéméneur. Scaling laws of density fluctuations at high-k on Tore Supra. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 46(12A), 2004.
- [60] M. Kunt. *Traitement numérique des signaux*, chapitre 3. Presses polytechniques et universitaires romandes, 1996.
- [61] M. Kunt. *Traitement numérique des signaux*, chapitre 6. Presses polytechniques et universitaires romandes, 1996.
- [62] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, and W.T. Vetterling. *Numerical Recipes in C*, chapter 14.4. Cambridge University Press, 1988.
- [63] G.Y. Antar, S.I. Krasheninnikov, P. Devynck, R.P. Doerner, E.M. Hollmann, J.A. Boedo, S.C. Luckhardt, and R.W. Conn. Experimental evidence of intermittent convection in the edge of magnetic confinement devices. *Phys. Rev. Lett.*, 87(6):065001, 2001.
- [64] S.J. Zweben, R.J. Maqueda, D.P. Stotler, A. Keese, J. Boedo, C.E. Bush, S.M. Kaye, B. LeBlanc, J.L. Lowrance, V.J. Mastrocola, R. Maingi, N. Nishino, G. Renda, D.W. Swain, J.B. Wilgen, and the NSTX Team. High-speed imaging of edge turbulence in NSTX. *Nucl. Fusion*, 44:134–153, 2004.

## LISTE DES TABLEAUX

4.1	Longueurs et fréquences caractéristiques du plasma de ToriX, dans les conditions habituelles d'utilisation. . . . .	87
5.1	$\chi^2$ (non normalisé) des ajustements sur $E_c(k)$ avec une parabole et une droite pour $B_T = 0.34$ et $0.36$ T. Pour $B_T = 0.36$ T le meilleur ajustement est toujours linéaire. . . . .	119

## TABLE DES FIGURES

1.1	Potentiel d'interaction binaire entre molécules. . . . .	12
1.2	Trajectoire typique d'une molécule dans un gaz. . . . .	12
1.3	Distributions statistiques gaussienne et exponentielle obtenues numériquement . . . . .	16
1.4	Distributions statistiques de la projection selon un axe des déplacements, obtenues numériquement pour différents temps. . . . .	18
1.5	Variance des ajustements gaussiens sur les distributions statistiques et comparaison avec la formule d'Ornstein . . . . .	18
1.6	Exemple de marche aléatoire à deux dimensions suivant une statistique gaussienne. . . . .	20
1.7	Exemple de marche aléatoire à deux dimensions suivant une statistique lorentzienne. . . . .	22
2.1	Schéma de principe de l'expérience . . . . .	31
2.2	Schéma de principe de la démodulation superhétérodyne . . . . .	33
2.3	Tête du circuit de détection. . . . .	35
2.4	Le volume de mesure de la diffusion collective. . . . .	39
2.5	Effet d'une erreur de quadrature sur la mesure de la phase. . . . .	40
3.1	Coordonnées utilisées; orientation du champ magnétique . . . . .	58
3.2	Représentation de la fonction $x \rightarrow I_0(x) e^{-x}$ . . . . .	60
3.3	Fonction de Fried et Conte. . . . .	60
3.4	Transition d'un spectre de diffusion incohérente à un spectre de diffusion cohérente. . . . .	63
3.5	Spectres de diffusion cohérente. $T_e/T_i = 1$ . . . . .	65
3.6	Spectres de diffusion cohérente. $T_e/T_i = 10$ . . . . .	65
3.7	La diffusion cohérente comme mesure de $T_i$ . . . . .	66
4.1	ToriX vu de haut. . . . .	78
4.2	Implémentation du diagnostic DFL3 sur ToriX . . . . .	81
4.3	DFL3 : implantation optique. . . . .	82
4.4	Implantation de DFL3 sur le tore. . . . .	84
4.5	Trajet des faisceaux dans le tore . . . . .	84
4.6	Etalonnage du banc en nombre d'onde. . . . .	85
4.7	Caractéristiques de sonde pour un plasma sans champ magnétique vertical. . . . .	89
4.8	Equilibre du plasma avec et sans champ vertical . . . . .	89
4.9	Profil schématique du champ électrique le long de la corde verticale et de la vitesse de dérive électrique. . . . .	90

4.10	Caractéristiques de sonde pour un plasma avec champ magnétique vertical. . . . .	91
4.11	Effet du champ magnétique vertical . . . . .	93
4.12	Fluctuations de densité en fonction des fluctuations de potentiel plasma en absence de champ magnétique vertical. . . . .	95
4.13	Fluctuations de densité en fonction des fluctuations de température électronique en absence de champ magnétique vertical. . . . .	95
4.14	Fluctuations de densité en fonction des fluctuations de potentiel plasma en présence de champ magnétique vertical. . . . .	97
4.15	Fluctuations de densité en fonction des fluctuations de température électronique en présence de champ magnétique vertical. . . . .	98
5.1	Le facteur de forme statique $S_2(\vec{k})$ . . . . .	102
5.2	Longueur caractéristique de décroissance du facteur de forme en fonction du champ magnétique . . . . .	103
5.3	Modules des fonctions d'autocorrélation du signal pour différents $k$ et leur ajustement avec la fonction d'Ornstein . . . . .	107
5.4	Le paramètre $u$ en fonction de $k$ pour différentes valeurs de $B_T$ . . . .	108
5.5	Le paramètre $\tau_c$ en fonction de $k$ pour différentes valeurs de $B_T$ . . . .	108
5.6	Les paramètres $u$ et $\tau_c$ obtenus par ajustement sur la fonction d'autocorrélation et par ajustement sur la densité spectrale . . . . .	109
5.7	Reconstitution de la variation en $k$ de $C_N(k, \tau_0)$ . . . . .	111
5.8	$E_c$ en fonction de $k$ à différents instants . . . . .	112
5.9	$\log(E_c)$ en fonction de $\log(k)$ à différents instants ( $B_T = 0,36$ T) . . .	113
5.10	$\log(E_c)$ en fonction de $\log(k)$ à différents instants ( $B_T = 0,28$ et $0,34$ T) . . . . .	114
5.11	Paramètres $\alpha$ et $d$ issus des ajustements linéaires sur $\log(E_c)$ . . . . .	115
5.12	Renormalisation des fonctions d'autocorrélation . . . . .	116
5.13	Variation du coefficient $d'$ de la fonction caractéristique du déplacement en fonction du temps . . . . .	120



## TABLE DES MATIÈRES

Résumé . . . . .	3
<i>Introduction</i> . . . . .	5
1. <i>Fluctuations et turbulence</i> . . . . .	9
I    La diffusion moléculaire et sa modélisation . . . . .	11
I.1    Le problème . . . . .	11
I.2    Le formalisme des marches aléatoires appliqué à la diffusion des molécules . . . . .	12
I.3    Fonction caractéristique du déplacement . . . . .	15
II   La turbulence . . . . .	17
II.1   Définition . . . . .	17
II.2   Modélisation par une marche aléatoire . . . . .	19
II.3   Statistique gaussienne des déplacements . . . . .	19
II.4   Exemple d'une autre statistique . . . . .	21
II.5   Les distributions stables de Lévy : une généralisation de la distribution gaussienne . . . . .	23
II.6   Les distributions de Lévy en physique . . . . .	24
2. <i>La diffusion collective : une mesure de la turbulence</i> . . . . .	27
I    Diffusion de la lumière par un milieu turbulent . . . . .	29
I.1    Rayonnement d'une charge soumise à une onde électromagné- tique . . . . .	30
I.2    Champ diffusé par un ensemble de particules . . . . .	30
II   Détection du champ diffusé. . . . .	31
II.1   Détection hétérodyne . . . . .	32
II.2   Obtention du signal complexe . . . . .	32
II.3   Détection du champ électrique . . . . .	34
III  Intérêt et limite du diagnostic . . . . .	35
III.1  Avantages de la méthode de détection superhétérodyne . . . . .	36
III.2  La question du volume de mesure . . . . .	37
III.3  Résolution spatiale du diagnostic . . . . .	38
III.4  Limites liées à l'électronique . . . . .	40
IV   Le spectre spatial de la turbulence . . . . .	41
IV.1   Rappel des définitions des facteurs de forme dynamique et statique . . . . .	41
IV.2   Courant de détection et profil du faisceau . . . . .	41
IV.3   Facteur de forme en unités absolues : cas d'une turbulence à trois dimensions . . . . .	43

IV.4	Cas d'une turbulence à deux dimensions . . . . .	44
V	La dynamique de la turbulence . . . . .	45
3.	<i>De la diffusion incohérente à la diffusion collective</i> . . . . .	51
I	Diffusion incohérente dans un plasma sans champ magnétique . . . . .	53
II	Diffusion cohérente . . . . .	55
II.1	Expression générale des fluctuations dans un plasma uniforme à l'équilibre . . . . .	56
II.2	Expression des fluctuations associées au mouvement propre des particules . . . . .	58
II.3	Expression de la susceptibilité du milieu . . . . .	59
II.4	Spectre temporel de la diffusion cohérente . . . . .	61
III	Diffusion collective . . . . .	64
IV	Expression complète des fluctuations de densité : du microscopique au macroscopique . . . . .	67
IV.1	Exposé du problème . . . . .	67
IV.2	Effet du changement de référentiel : du plasma au laboratoire . . . . .	68
IV.3	Expression complète des fluctuations de densité, microscopiques et macroscopiques . . . . .	69
IV.4	Conséquences sur les mesures de diffusion collective dans un plasma magnétisé . . . . .	72
IV.5	Conséquence sur les mesures de diffusion cohérente . . . . .	73
4.	<i>Dispositif expérimental et plasma de ToriX</i> . . . . .	77
I	ToriX . . . . .	75
I.1	La machine . . . . .	77
I.2	Ses diagnostics . . . . .	79
II	DFL3 . . . . .	79
II.1	Rappel sur les faisceaux gaussiens . . . . .	79
II.2	Principe technique . . . . .	80
II.3	Conception du banc . . . . .	83
II.4	Etalonnage du banc . . . . .	83
II.5	Enregistrement du signal superhétérodyne . . . . .	86
III	Le plasma de ToriX : paramètres typiques et états stationnaires . . . . .	86
III.1	Echelles caractéristiques . . . . .	87
III.2	Protocole d'acquisition des profils spatiaux . . . . .	88
III.3	Plasma sans champ magnétique vertical . . . . .	88
III.4	Plasma avec un champ magnétique vertical . . . . .	91
IV	Quelques indices sur la nature des fluctuations du plasma . . . . .	92
IV.1	Acquisition et traitement des caractéristiques . . . . .	94
IV.2	Analyse des fluctuations . . . . .	95
5.	<i>La diffusion turbulente dans ToriX</i> . . . . .	99
I	Facteur de forme statique . . . . .	101
I.1	Plasma en champ magnétique purement toroïdal . . . . .	101
I.2	Plasma avec une petite composante magnétique verticale ad- ditionnelle . . . . .	103

II	Facteur de forme dynamique et mouvement du plasma : première interprétation . . . . .	104
II.1	Traitement du signal superhétérodyne . . . . .	104
II.2	Ajustement de la fonction d'Ornstein sur la fonction d'autocorrélation . . . . .	105
III	Dépendance en $k$ de la fonction d'autocorrélation : statistique non gaussienne des déplacements . . . . .	109
III.1	Dépendance en $k$ de la fonction d'autocorrélation temporelle . . . . .	110
III.2	Analyse de la dépendance en $k$ de $P(k, \tau)$ . . . . .	110
III.3	Interprétation des résultats . . . . .	114
<i>Conclusion</i> . . . . .		121
<i>Bibliographie</i> . . . . .		123
<i>Liste des tableaux</i> . . . . .		127
<i>Table des figures</i> . . . . .		128



## DU MÊME AUTEUR

### *Publications*

F. da Silva, S. Heuraux, N. Lemoine, C. Honoré, P. Hennequin, M. Manso, R. Sabot. Global Full-Wave Simulation of the Tore Supra Doppler Reflectometer. *Rev. Sci. Instrum.*, 75(10):3816 (2004)

N. Lemoine et D. Grésillon. Plasma diffusion across a magnetic field observed by collective light scattering: Experimental evidence for Lévy stable distributions. *Phys. Plasmas*, 12:092301, 2005.

### *Conférences*

VIII<sup>ème</sup> congrès plasma de la SFP (2003), Cadarache. *Diagnostic de turbulence par retrodiffusion Doppler sur Tore Supra.*

N. Lemoine et D. Grésillon. ICPP 2004, Nice. Poster. *Turbulence in a Toroidal Magnetized Plasma Investigated by Collective Light Scattering: Plasma Form Factor and Plasma Diffusion.*

N. Lemoine et D. Grésillon. EPS 2005, Taragonne. Présentation orale. *Lévy Distributions in Plasma Diffusion across a Magnetic Field: Experimental Evidence.*